

# Obtékání tuhého povrchu a pevné částice v kapalině

(Přednáška č. 12)

# APLIKACE

## OBTÉKÁNÍ nehybného tělesa proudící tekutinou:

- mostní pilíř v korytě toku



## OBTÉKÁNÍ pohybujícího se tělesa tekutinou v klidu:

- usazování částic v sedimentační koloně,
- plující loď na hladině nádrže,
- sport: letící míče



V obou případech relativní pohyb mezi tuhým tělesem a tekutinou vyvolá **ODPOROVOU SÍLU**, kterou působí tekutina na těleso.

# APLIKACE

## ODPOROVÁ SÍLA:

- působí ve směru relativní rychlosti,
- je úměrná relativní rychlosti, hustotě kapaliny a tvaru, velikosti obtékaného tělesa,
- nevyskytuje se v případě ideální tekutiny, je tedy projevem vnitřního tření tekutiny

V případě nesymetrického obtékání relativní pohyb mezi tuhým tělesem a tekutinou vyvolá i hydrodynamickou **VZTLAKOVOU SÍLU**, kterou působí tekutina na těleso (síla je kolmá na odporovou sílu).

# APLIKACE

## Hydrodynamická VZTLAKOVÁ SÍLA:

- působí ve směru kolmém ke směru relativní rychlosti,
- je úměrná relativní rychlosti, hustotě kapaliny a tvaru, velikosti obtékaného tělesa,
- nevyskytuje se v případě ideální tekutiny, je tedy projevem vnitřního tření tekutiny

VÝSKYT: např.

- nesymetricky obtékaný pilíř (voda neproudí ve směru osy symetrie půdorysu pilíře),
- pohyb plachetnice poháněné větrem,
- obtékání křídel letadla za letu,
- rotující těleso za pohybu (letící míče v tenisu, kopané, golfu ...)

# APLIKACE

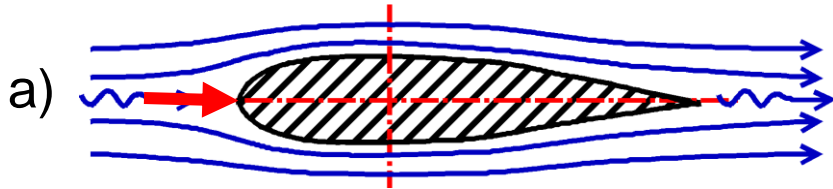
## KOMBINACE ODPOROVÉ A VZTLAKOVÉ SÍLY:

### Obtékání křídla letadla:

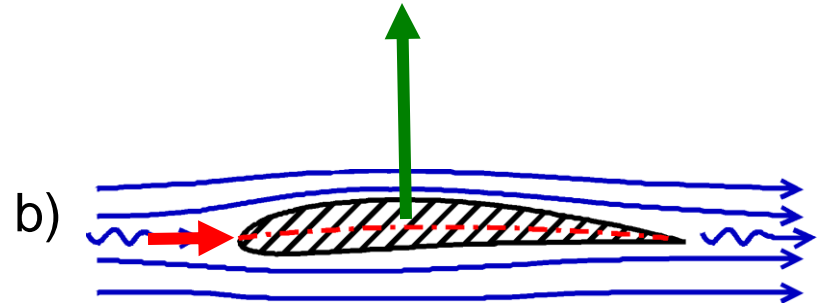
- dominantní vztlaková síla,
- malá odporová síla (kromě brzdění při přistání).

### Tvary profilů:

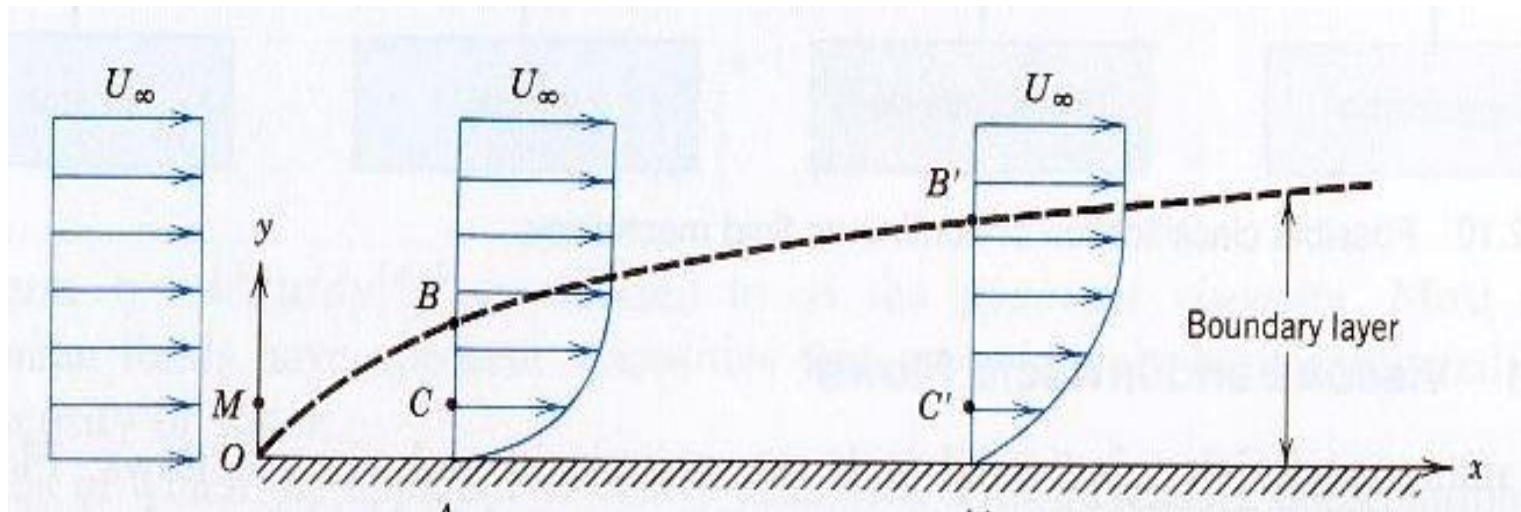
a – symetrický profil (žádný vztlak),



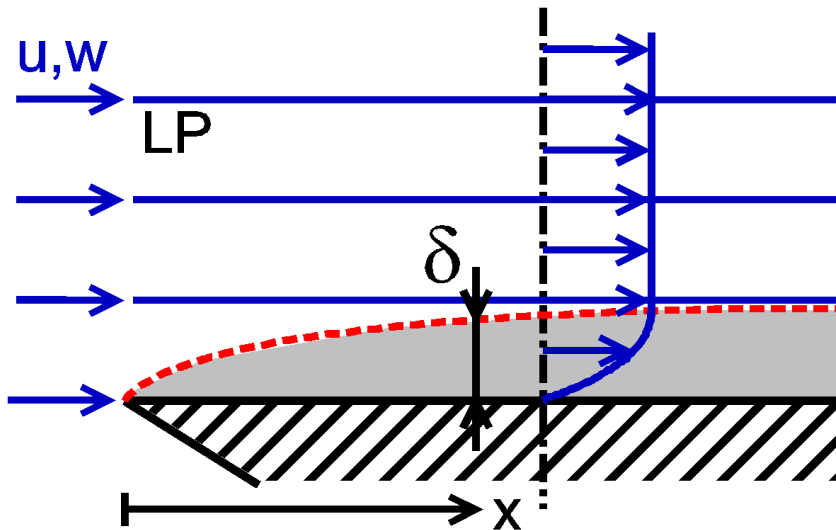
b – nesymetrický profil => **vztlaková síla!**



# 1A. Obtékání tuhého povrchu (rovinná deska = stěna)



# MEZNÍ VRSTVA (MV) - vznik a důsledky



- volné proudění** - není ovlivněné obtékaným povrchem (malé tření a disipace energie).
- proudění v MV** - ovlivněné obtékaným povrchem,
  - no-slip condition,
  - velké tření a disipace energie.

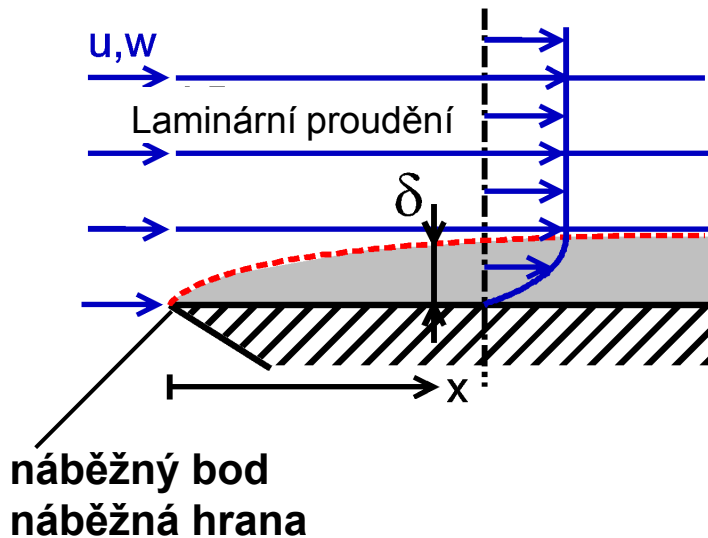
**Příčina vzniku MV:** • existence tečných sil (a tudíž smykových napětí) uvnitř kapaliny a na rozhraní kapalina - stěna => přilnavost kapaliny k povrchu => na rozhraní: rychlost kapaliny = rychlost povrchu (no-slip condition).

## **Důsledky existence MV:**

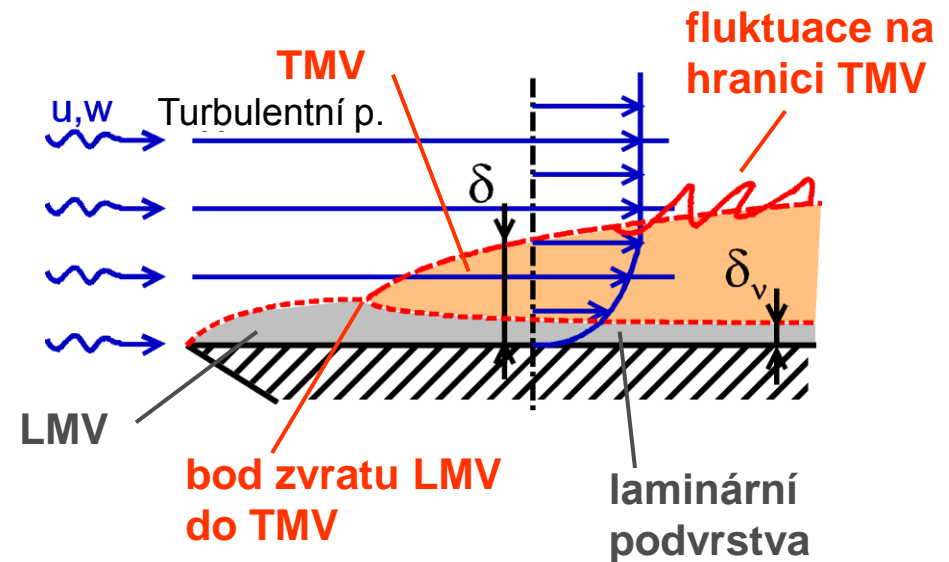
- má rozhodující vliv na ztrátu třením v proudu (při obtékání stěny) nebo (při obtékání tělesa) na odporovou sílu, kterou vyvíjí proud na obtékané těleso (např. pilíř mostu nebo pevná částice v kapalině).

# MEZNÍ VRSTVA (MV) - vývoj

a) laminární mezní vrstva (LMV)



b) turbulentní mezní vrstva (TMV)



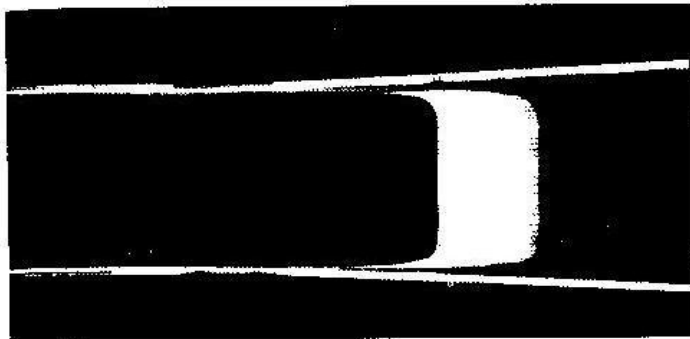
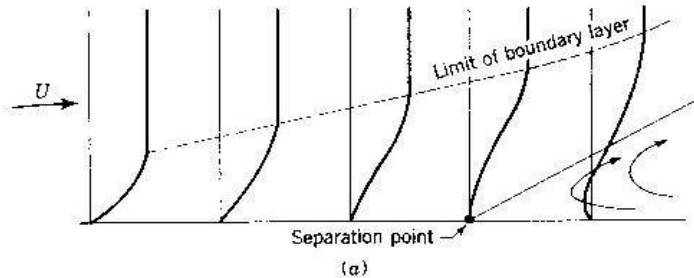
## Složení TMV při obtékání stěny:

(viz. též dřívější přednáška: Struktura proudění)

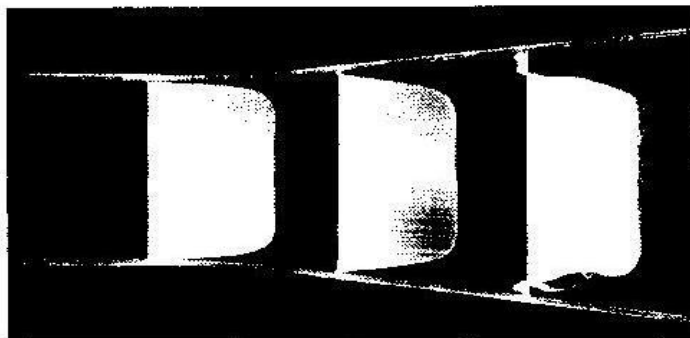
- vazká podvrstva,
- přechodná oblast,
- logaritmická vrstva (turb. jádro proudu).



# ODTRŽENÍ MEZNÍ VRSTVY



(b)



(c)

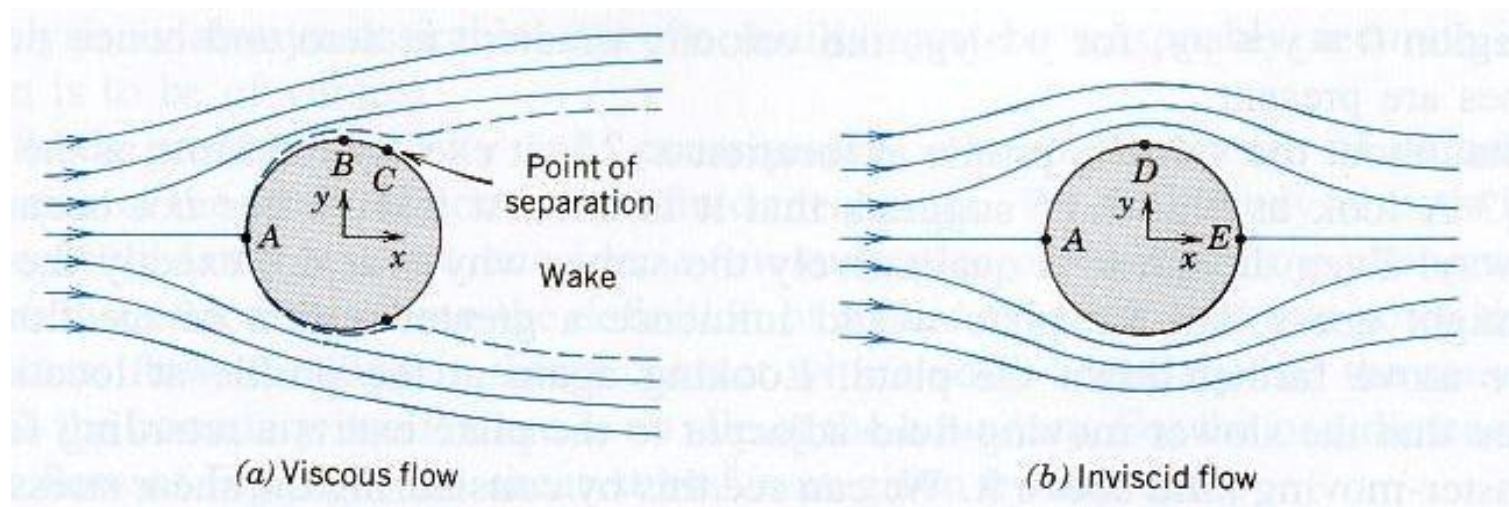
Figure 5.18 (a) Effect of adverse pressure gradient on boundary layer. Separation. (b) Boundary-layer growth in a small-angle diffuser. (c) Boundary-layer separation in a large-angle diffuser. [Parts (b) and (c) from the film "Fundamentals of Boundary Layers," by the National Committee for Fluid Mechanics Films and the Education Development Center.]

**Održení** (separace) proudu od tuhého povrchu je výsledkem vzniku opačného tlakového gradientu ( $dp/dx > 0$ ) uvnitř MV než je gradient příslušející směru proudění.

V tlakovém *potrubí konstantního průřezu* se po délce potrubí tlak snižuje (vlivem ztráty třením) => kapalina proudí z místa většího tlaku do místa menšího tlaku => stabilní proudění v MV.

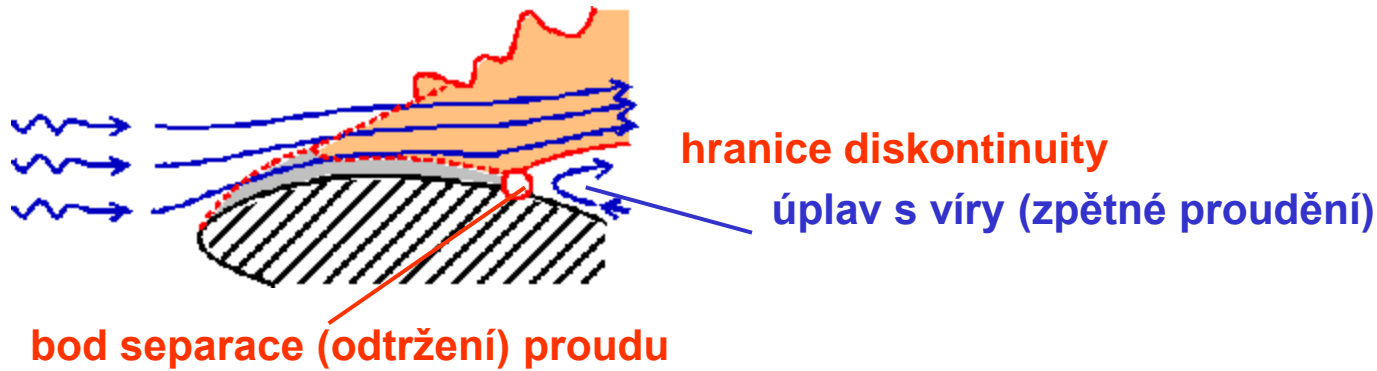
V tlakovém *potrubí rozšiřujícího se průřezu* může tlak po délce růst (neboť se snižuje průřezová rychlost), to zpomaluje především proudění v MV. **Když se proudění v MV zastaví, dojde k separaci proudu.** Lokálně může dojít u stěny i ke zpětnému proudění.

# 1B. Obtékání tuhého tělesa



# ODTRŽENÍ MEZNÍ VRSTVY

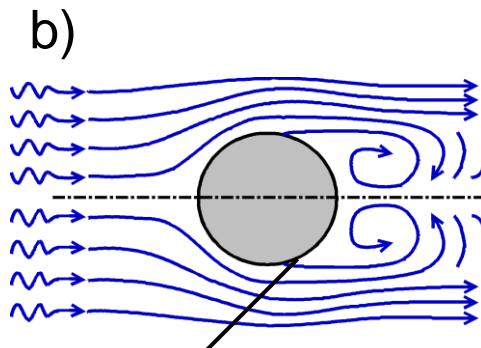
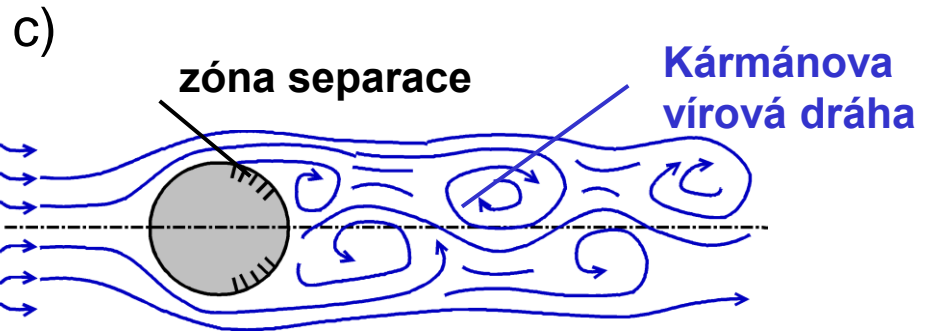
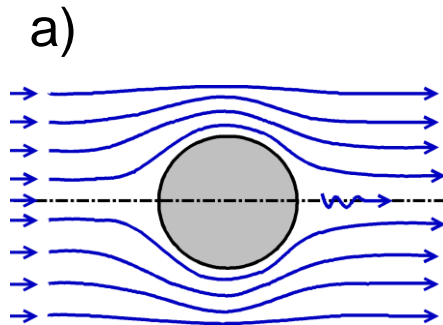
## Odrážení mezní vrstvy při obtékání tělesa:



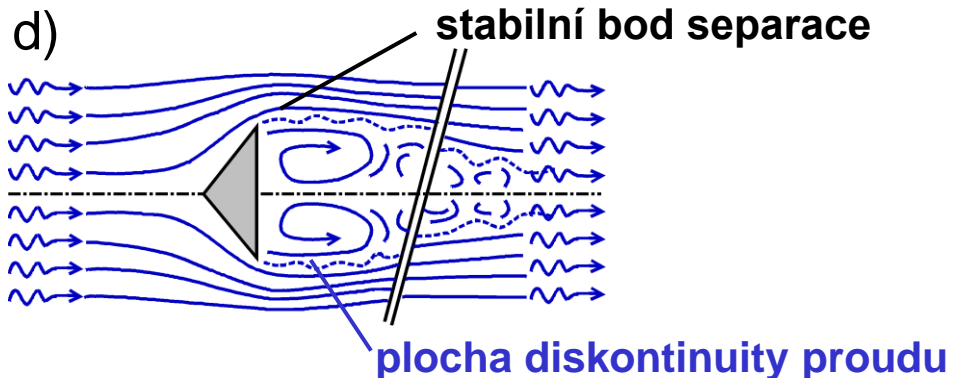
# ODTRŽENÍ MEZNÍ VRSTVY - **úplav**

## Tvar úplavu a poloha bodu separace:

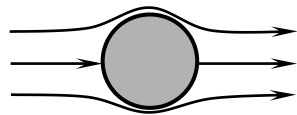
**Úplav za obtékaným tělesem:** **a)** bezúplavové laminární obtékání válce, **b)** stabilní symetrické víry za válcem při  $10 < Re_D < 30$ , **c)** Kármánova vírová dráha za válcem při  $80 < Re_D < 150$ , **d)** stabilní separace mezní vrstvy na odtokové hraně šípovitého tělesa



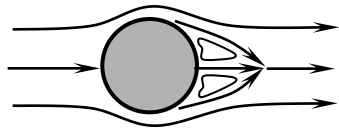
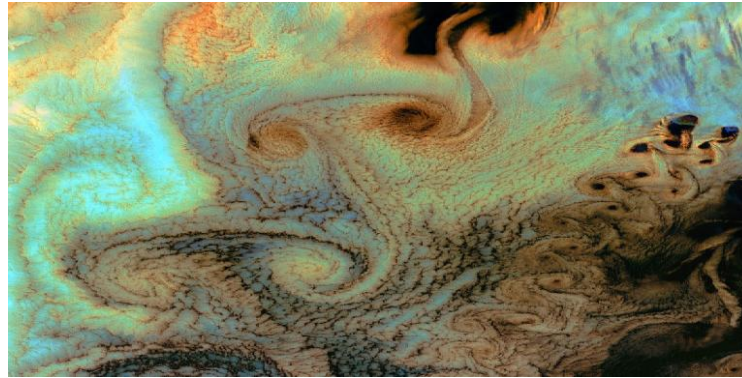
bod separace, odtržení proudu



# ODTRŽENÍ MEZNÍ VRSTVY - úplav

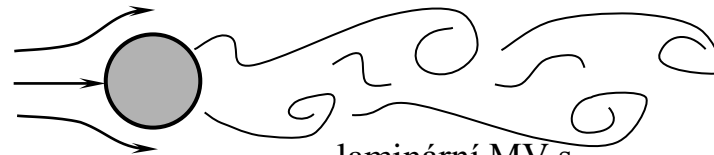


bez odtržení



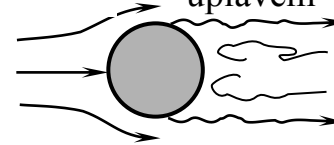
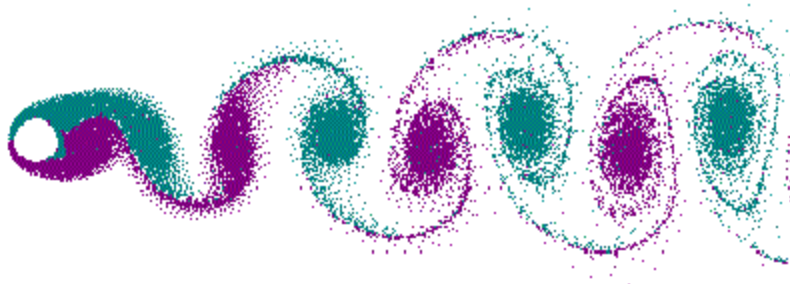
symetrické odtržení  
(ustálené)

**nesymetrické odtržení  
(neustálené)**



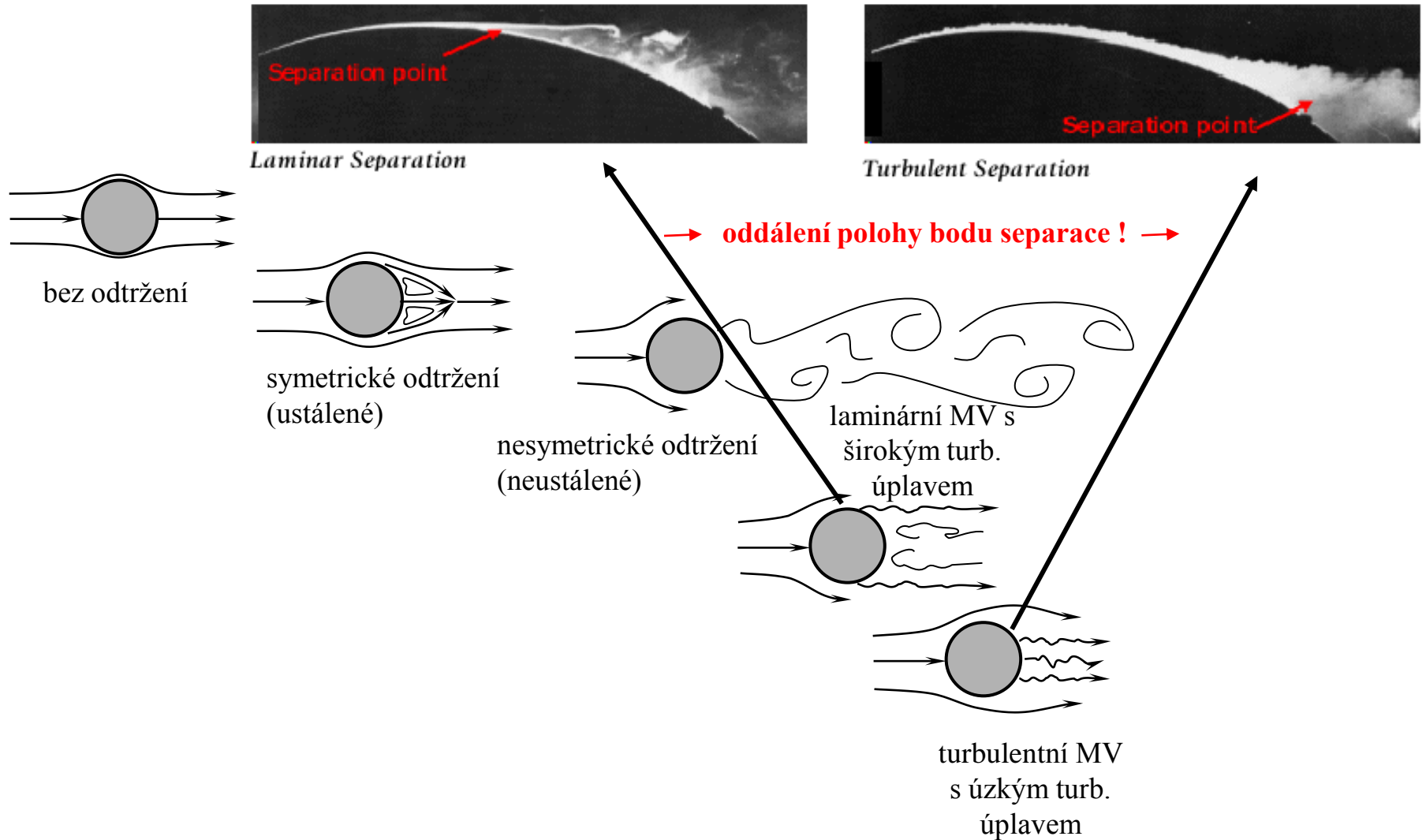
laminární MV s  
širokým turb.  
úplavem

**Kármánova vírová dráha**



turbulentní MV  
s úzkým turb.  
úplavem

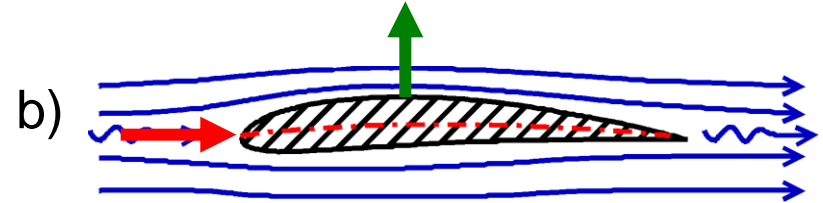
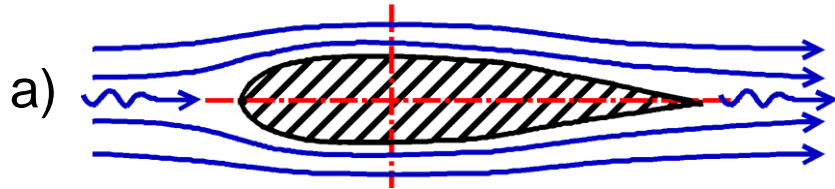
# ODTRŽENÍ MEZNÍ VRSTVY - úplav



# SHRNUTÍ: SÍLY PŮSOBNÍ PROUDU NA OBTÉKANÉ TĚLESO

## Vztlaková síla:

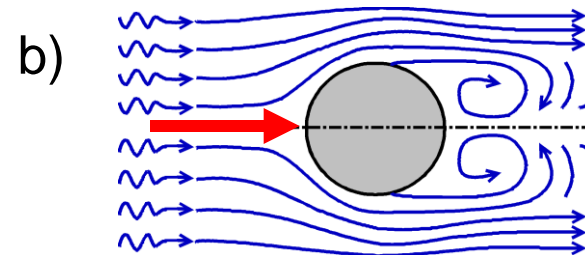
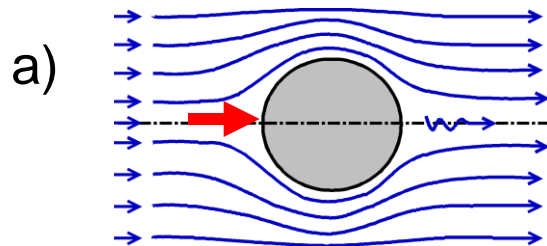
Tvary profilů: a – symetrický profil (žádný vztlak), b – nesymetrický profil => **vztlaková síla!**



## Odporová síla:

Vzniká u nesymetrických i symetrických profilů (ty jsou v praxi častější). Velikost odporové síly závisí mimo jiné na poloze bodu odtržení proudu a tedy velikosti úplavu.

Poloha bodu separace: a – oddálený => malý úplav => malý odpor, b – velký úplav => **velká odporová síla!**



# INTERMEZZO: Silový účinek volného paprsku na kolmou plochu

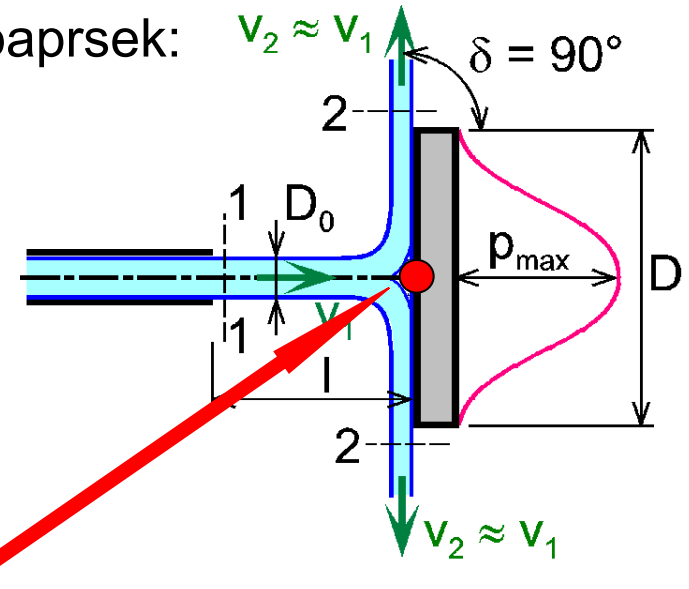
Aplikace teorému hybnosti: výpočet síly  $F_R$ , kterou paprsek působí na plochu

$$F_R = \psi \cdot \rho \cdot Q \cdot v_1 \cdot (1 - \cos \delta)$$

- pro  $\delta = 90^\circ$ , tj. u desky kolmé na dopadající paprsek:  $v_2 \approx v_1$   $\delta = 90^\circ$

$$\cos \delta = 0,$$

$$\Rightarrow F_R = \psi \cdot \rho \cdot Q \cdot v_1 \quad (\psi \approx 0,95).$$

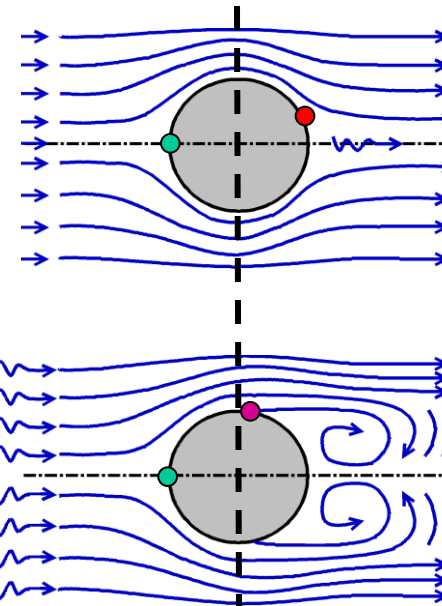
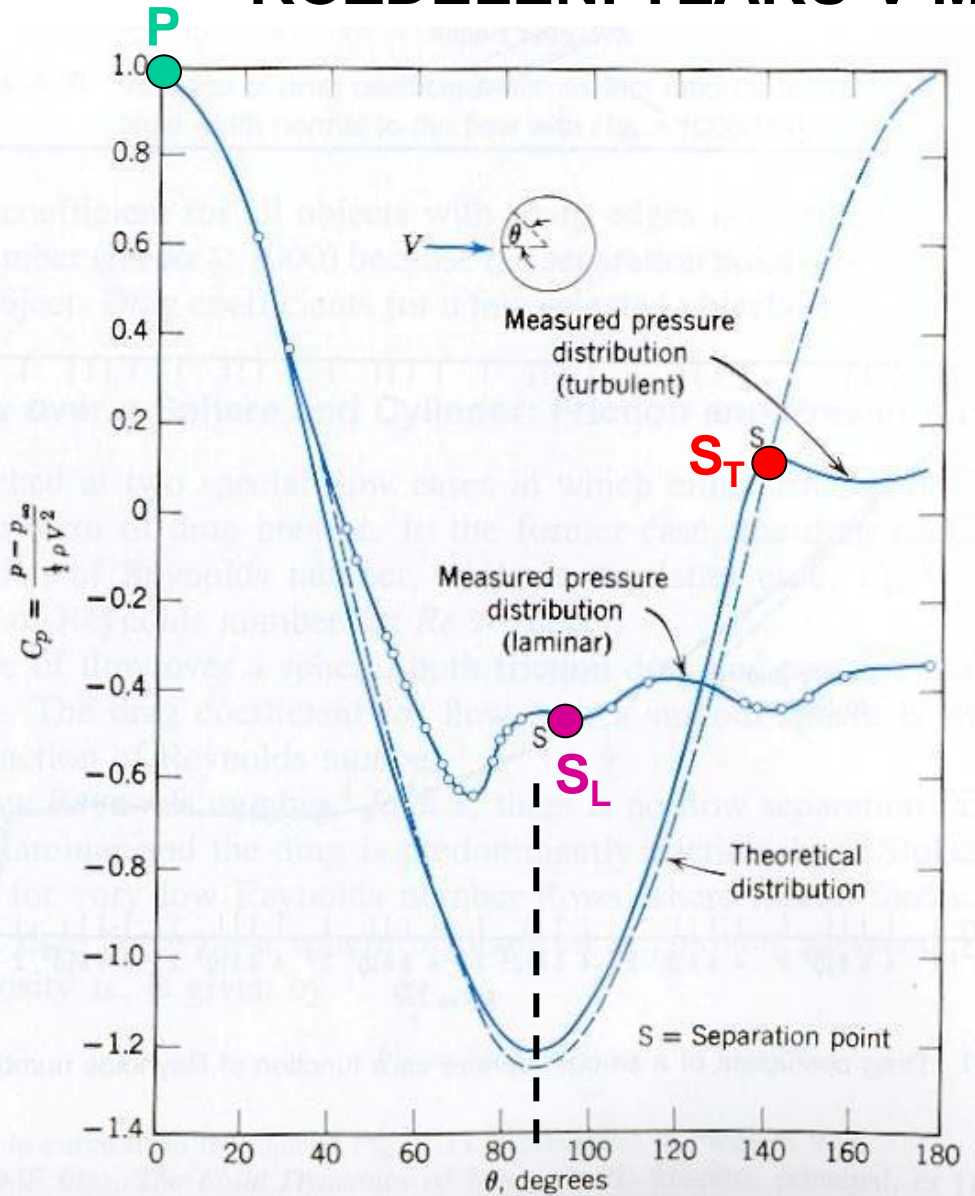


- v ose paprsku na styku s deskou: **bod stagnace** (singulární bod) s nulovou rychlostí  $\Rightarrow$  úplná přeměna kinetické energie na tlakovou (při zanedbání ztrát),

$$p_{\max} \approx \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 \quad \dots \text{max. hydrodynamický tlak vyvinutý paprskem na dopadovou desku.}$$



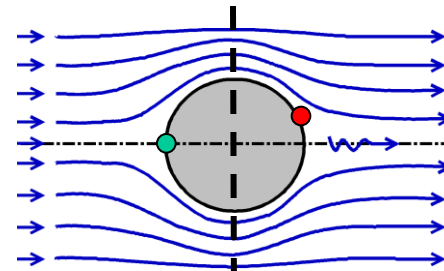
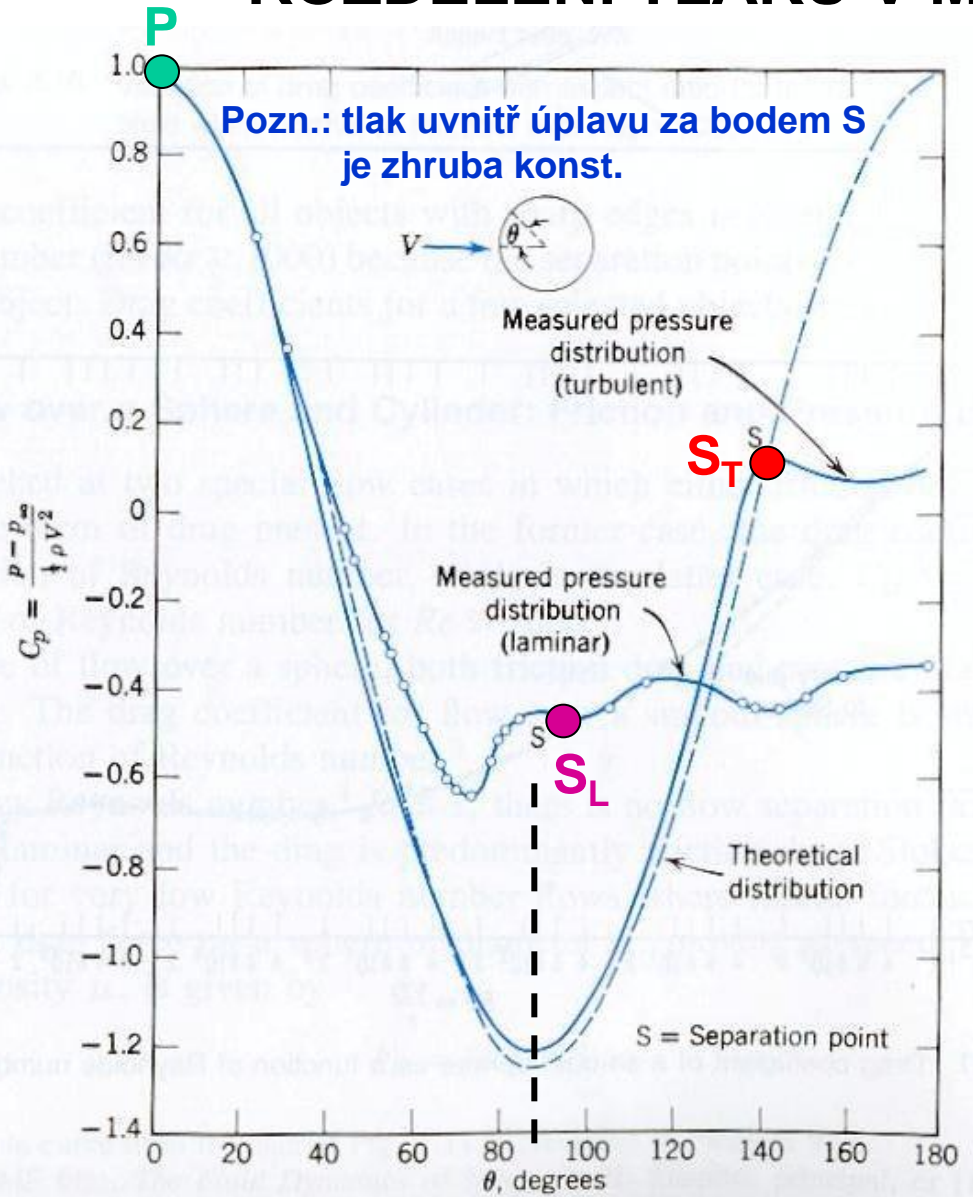
# ROZDĚLENÍ TLAKŮ V MV PŘI OBTÉKÁNÍ VÁLCE



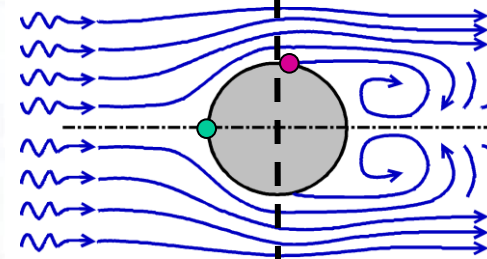
- bod stagnace proudění na nátokové straně tělesa,
- bod separace pro laminární proudění v MV,
- bod separace pro turbulentní proudění v MV.

**Obr.:** Rozdělení tlaku v MV podél povrchu obtékaného hladkého válce pro laminární a turbulentní proudění v MV. Porovnání s teoretickým nevazkým prouděním.

# ROZDĚLENÍ TLAKŮ V MV PŘI OBTĚKÁNÍ VÁLCE



Tlakový rozdíl mezi body **P** a **S<sub>T</sub>** je menší než mezi body **P** a **S<sub>L</sub>**  
 $(p_P - p_{S_T} < p_P - p_{S_L}) \Rightarrow$

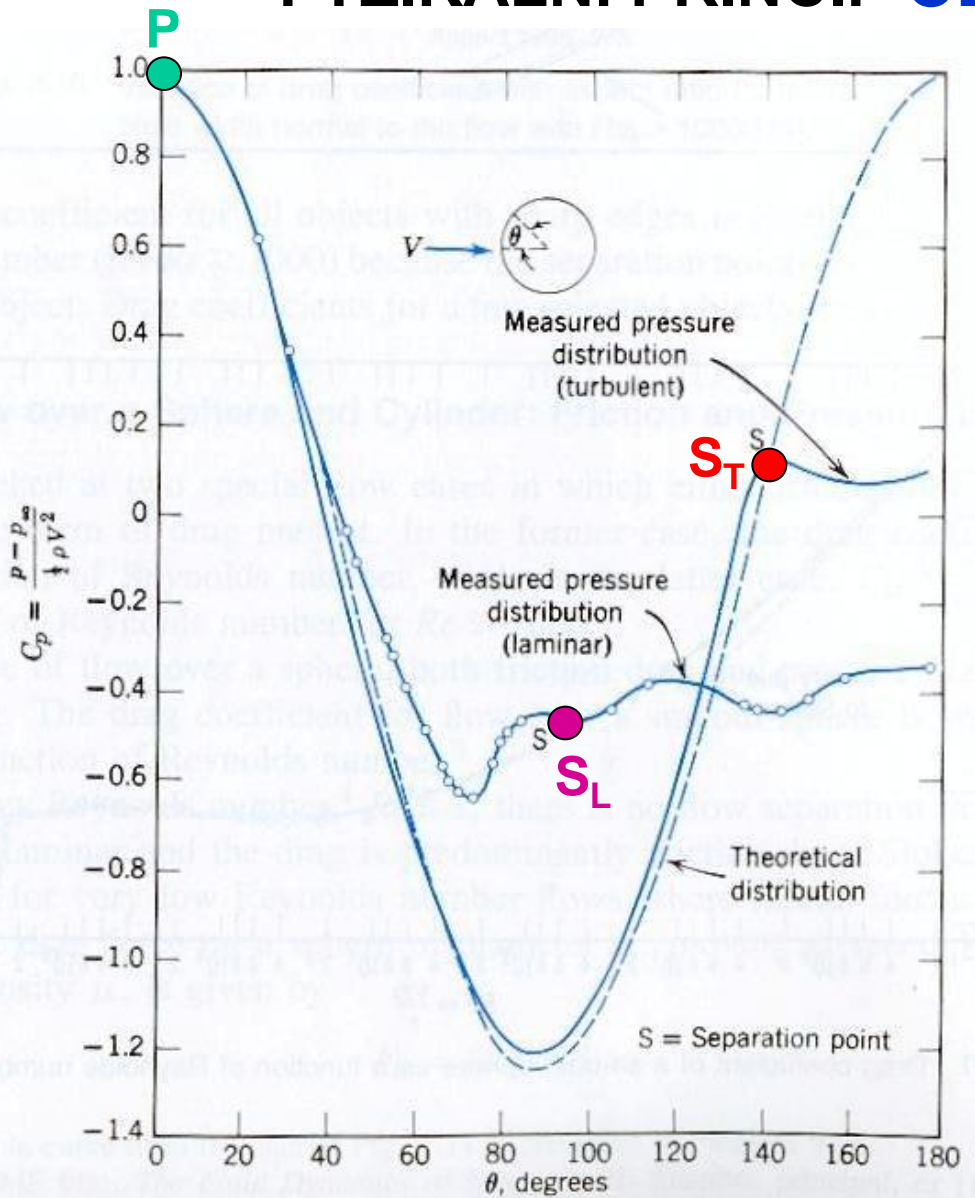


Tlakový rozdíl  $\Delta p$  mezi nátokovou a odtokovou stranou tělesa je větší když je úplav širší a tedy když je proudění v MV laminární.

- bod stagnace proudění na nátokové straně tělesa,
- bod separace pro laminární proudění v MV,
- bod separace pro turbulentní proudění v MV.

**Obr.:** Rozdělení tlaku v MV podél povrchu obtékaného hladkého válce pro laminární a turbulentní proudění v MV. Porovnání s teoretickým nevazkým prouděním.

# FYZIKÁLNÍ PRINCIP ODPOROVÉ SÍLY $F_D$



Odporová síla je výsledkem tlakového rozdílu  $\Delta p$ , který se vytvoří mezi nátokovou (**P**) a odtokovou (**S**) stranou tělesa při jeho obtékání.

Pokud není proudící kapalina ideální (nevazká), tlakový rozdíl  $\Delta p$  vznikne vždy.

Minimální  $\Delta p$  - pokud není separace (bod **S** neexistuje).

Maximální  $\Delta p$  - pokud vzdálenost bodů **P** a **S** je minimální.

# DEFINICE ODPOROVÉ SÍLY $F_D$

Celkový odpor je složen z odporu povrchového (důsledek tření proudu o povrch tělesa) a tvarového (důsledek tlakového rozdílu mezi stranami tělesa způsobeného změnou směru proudění, viz. dříve).

Celková odporová síla  $F_D$  (síla  $F_D$  působí proud kapaliny na obtékané těleso a těleso na proud):

$$F_D = F_\tau + F_t$$

$F_\tau$  ... povrchový odpor (třením) – vliv drsnosti povrchu, velikosti plochy, relativní rychlosti tělesa vůči kapalině (nebo relativní rychlosti kapaliny vůči tělesu),

$F_t$  ... tvarový odpor (změnou směru proudění) – vliv tvaru tělesa a velikosti čelní plochy, relativní rychlosti tělesa vůči kapalině.

Obtížné určení  $F_\tau$ ,  $F_t$   raději přímé stanovení celkového  $F_D$  (experimentem).

# URČENÍ ODPOROVÉ SÍLY $F_D$

Rozměrová analýza  $F_D = \text{fn}(\rho_v, v, \mu_v, A)$  dává dvě bezrozměrná čísla:

$C_x$  ... součinitel odporu tělesa, [1]  $C_x = \frac{F_D}{A \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho_v \cdot v^2} = \frac{\text{odporová síla}}{\text{hydrodynamická síla}}$ ,  
A ... čelní (obrysová nátoková) plocha tělesa (účinná plocha),  
 $\rho_v$  ... hustota kapaliny,

v ... relativní rychlost tělesa vůči kapalině (relativní rychlost obtékání) v oblasti před nátokem **=> formulace rovnice pro odporovou sílu:**

$$F_D = C_x \cdot A \cdot \rho_v \cdot \frac{v^2}{2}$$

V případě obtékané koule:  $C_D = \frac{8 \cdot F_D}{\pi \cdot d^2 \cdot v^2 \cdot \rho_v}$ .

dynamický tlak nerušeného proudu

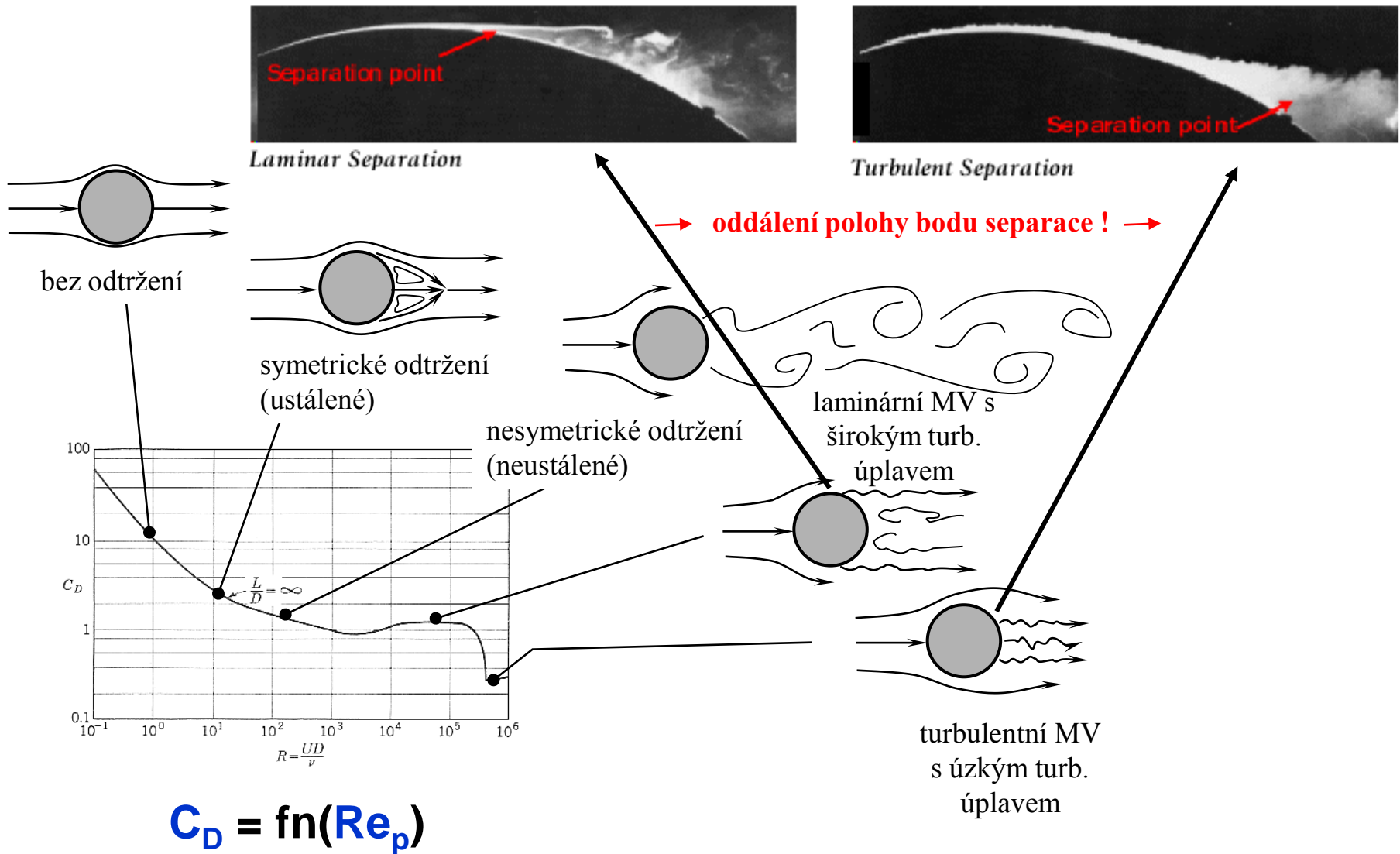
[2]  $Re_p = \frac{v \cdot d \cdot \rho_v}{\mu_v} = \frac{\text{setrvačná síla}}{\text{viskózní síla}}$ ,

$Re_p$  ... Reynoldsovo číslo tělesa,  
d ... char. rozměr nátokové plochy (u koule její průměr),  
 $\mu_v$  ... dynamická viskozita kapaliny.

**=> formulace rovnice pro odporový součinitel:**

vztah  $C_x = \text{fn}(Re_p)$  je pro turb. proudění empirický a hledá se experimentem.

# URČENÍ SOUČINITELE ODPORU $C_D$ (pro obtékanou kouli)

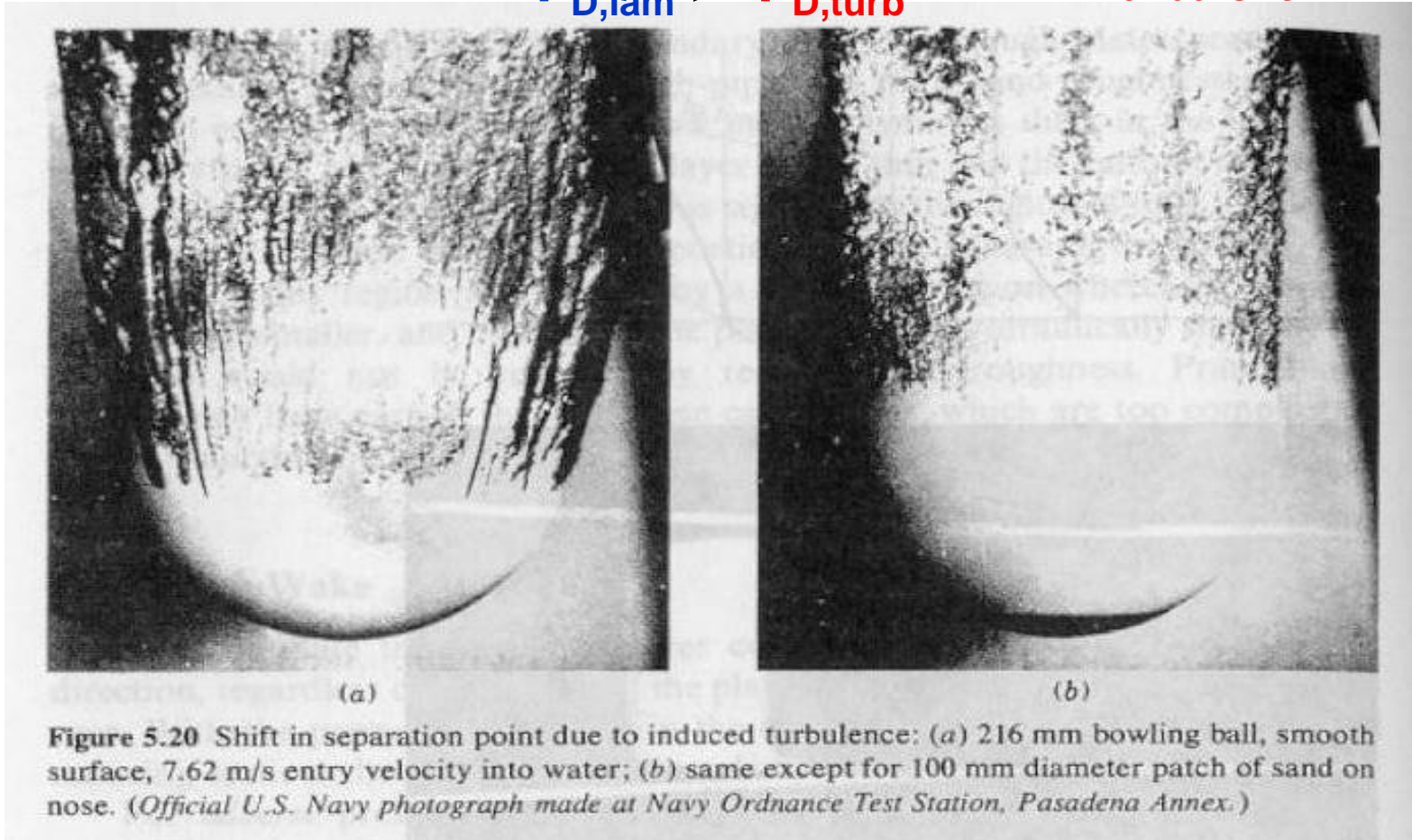


Porovnání identických koulí obtékaných **laminární MV** (vlevo) a **turbulentní MV** (způsobeno pískem nalepeným na špičce nátokové plochy koule): u turbulentní MV dochází k pozdějšímu odtržení => užšímu úplavu => menšímu  $\Delta p$  => menší odporové síle  $F_D$  (menšímu celkovému odporu).

**Laminární MV**

$$F_{D,\text{lam}} > F_{D,\text{turb}}$$

**Turbulentní MV**

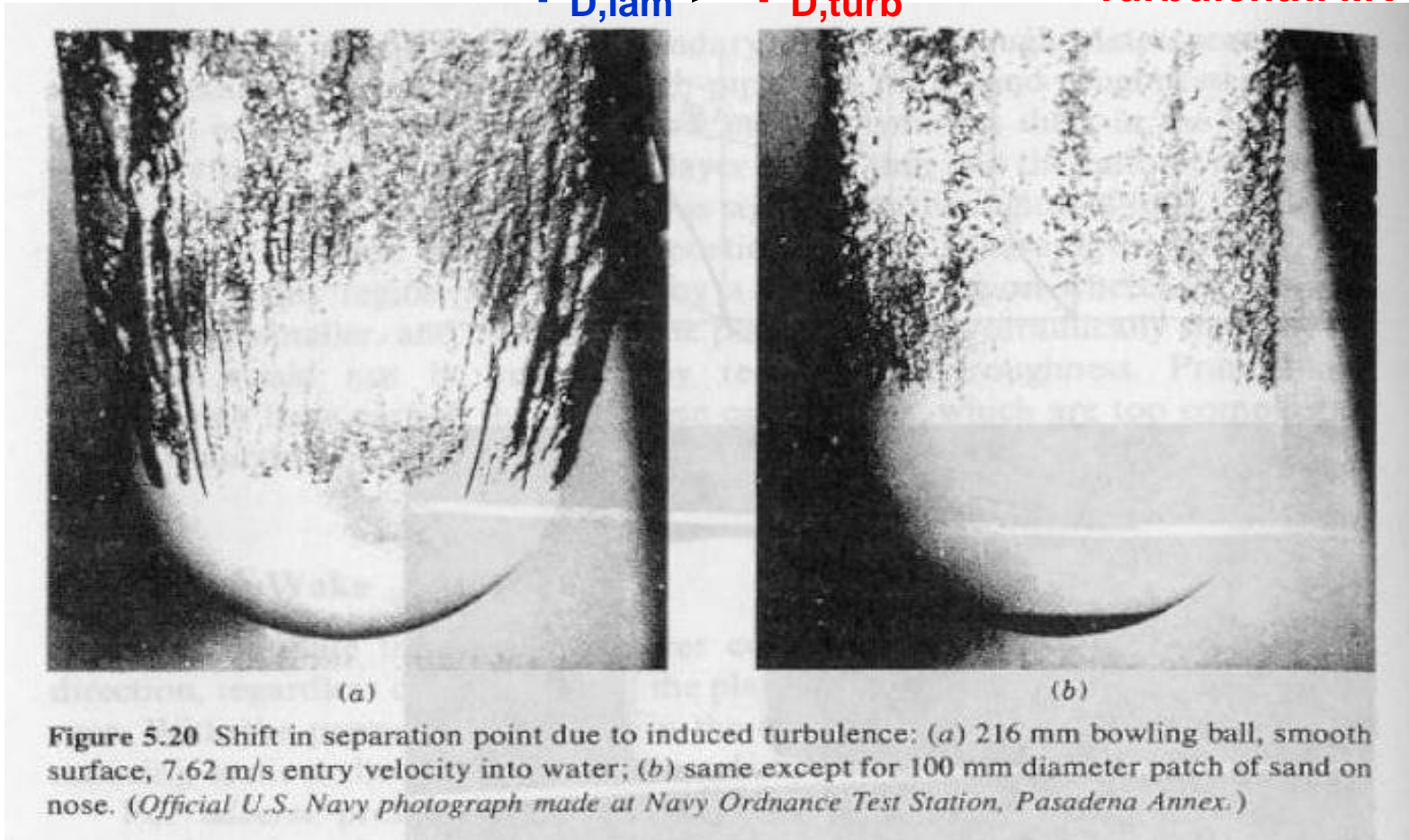


**Turbulentní MV** má větší hybnost než **laminární MV** a proto lépe odolává vytvořenému opačnému tlakovému gradientu => pozdější odtržení => užší úplav => menší  $\Delta p$  => menší odporová síla  $F_D$  (menší celkový odpor).

**Laminární MV**

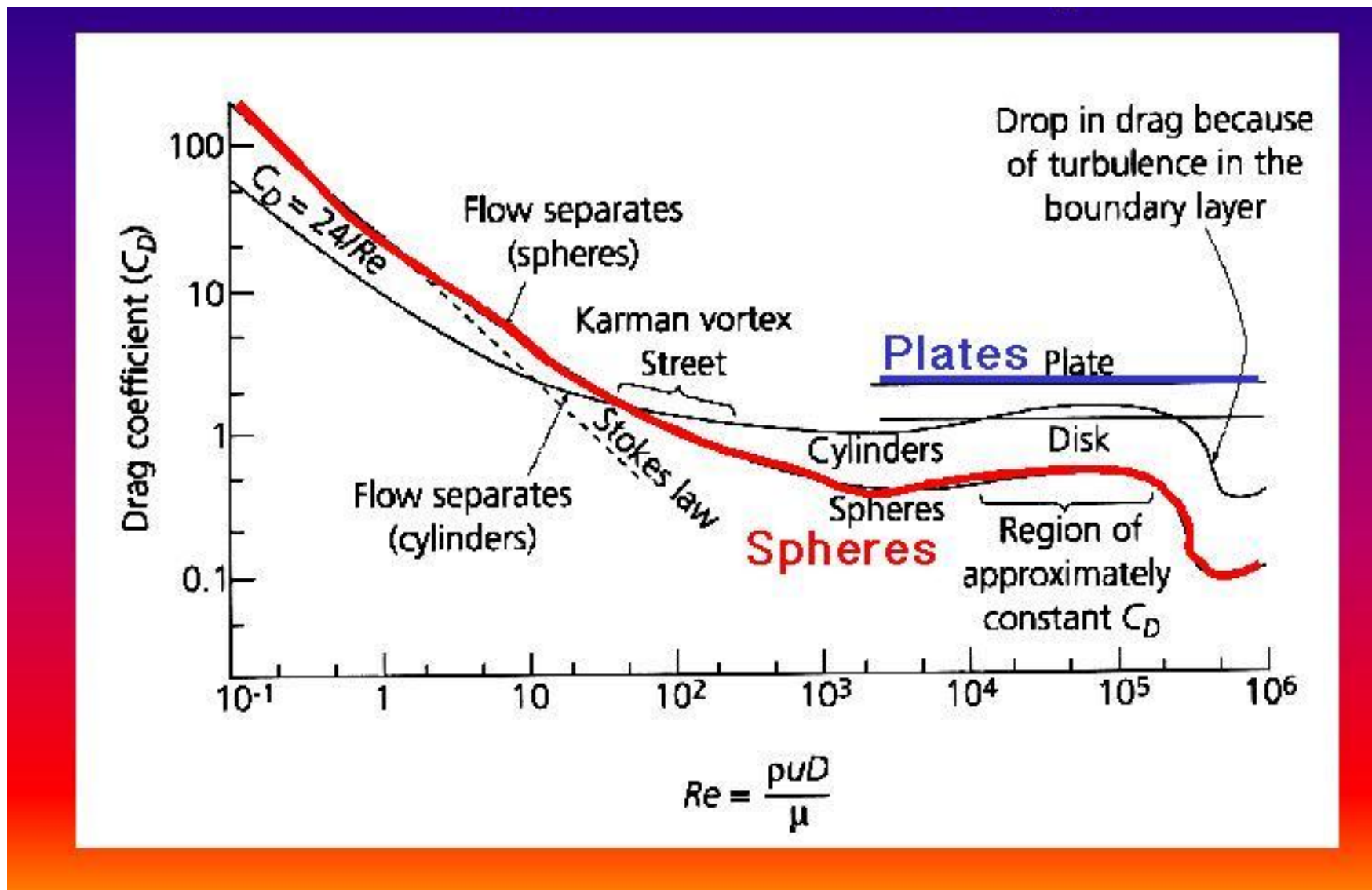
$$F_{D,\text{lam}} > F_{D,\text{turb}}$$

**Turbulentní MV**



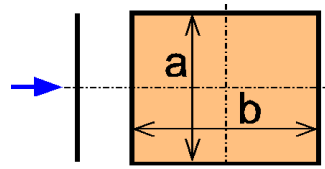


# VLIV TVARU TĚLESA NA SOUČINITEL ODPORU $C_x$ ( $C_D$ )

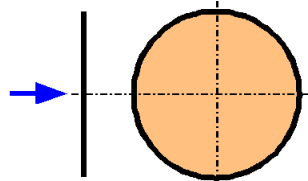


# Odporový součinitel $C_x$ u vybraných těles

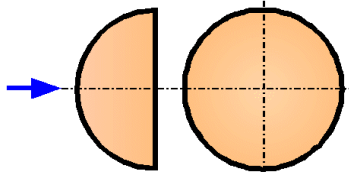
(dle: R. L. Mott: Applied Fluid Mechanics, 5th Edition, Prentice-Hall, New Jersey, 2000,  
B. Boor, J. Kunšátický, C. Patočka: Hydraulika pro vodohospodářské stavby, SNTL, Praha, 1968)



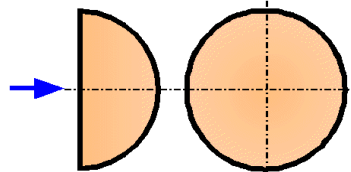
	a/b	$C_x$
deska	1	1,16
	4	1,17
	25	1,57



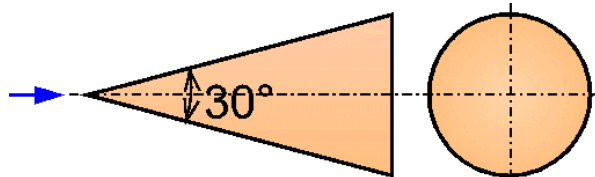
kruhová deska  
 $C_x = 1,11$



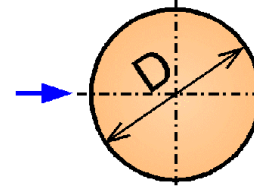
polokoule  
bez dna  $C_x = 0,34$   
se dnem  $C_x = 0,40$



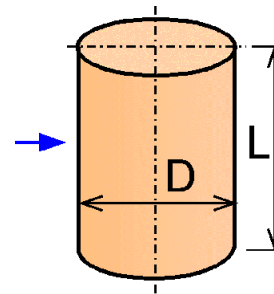
polokoule  
bez dna  $C_x = 1,33$   
se dnem  $C_x = 1,17$



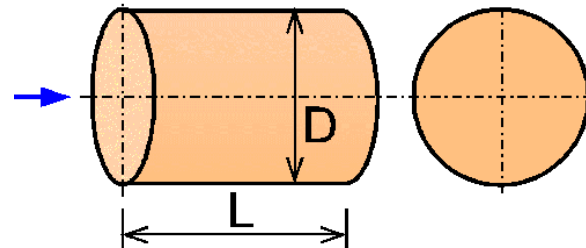
kužel  
bez dna  
 $C_x = 0,34$



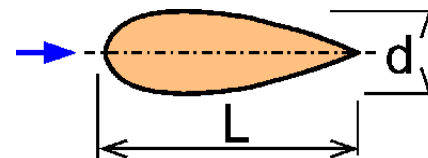
koule  
 $Re = wD/v > 2 \cdot 10^5$   $C_x = 0,20$   
 $Re = 10^5$   $C_x = 0,40$   
 $Re = 10^2$   $C_x = 1,00$



vysoký válec ( $L/D \rightarrow \infty$ )  
 $Re = 10^6$   $C_x = 0,30$   
 $Re = 10^5$   $C_x = 1,22$   
 $Re = 10$   $C_x = 2,70$




ležatý válec  
 $L/d = 1$   $C_x = 0,91$   
 $L/d = 2$   $C_x = 0,85$   
 $L/d = 4$   $C_x = 0,87$   
 $L/d = 7$   $C_x = 0,99$




proudnicový profil  
pro  $Re > 10^5$   
 $L/d = 2$   $C_x = 0,20$   
 $L/d = 5$   $C_x = 0,06$   
 $L/d = 10$   $C_x = 0,083$


## Odporový součinitel $C_x$ podle tvaru mostního pilíře



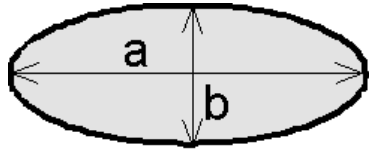
$C_x = 1,20$



$C_x = 1,33$



$C_x = 2,00$



$a:b = 2 \rightarrow C_x = 0,60$

$a:b = 4 \rightarrow C_x = 0,32$

$a:b = 8 \rightarrow C_x = 0,29$



$\alpha = 30^\circ \rightarrow C_x = 1,00$

$\alpha = 60^\circ \rightarrow C_x = 1,39$

$\alpha = 90^\circ \rightarrow C_x = 1,60$

$\alpha = 120^\circ \rightarrow C_x = 1,72$

# URČENÍ hydrodynamické **VZTLAKOVÉ SÍLY $F_L$**

Rozměrová analýza  $F_L = fn(\rho_v, v, \mu_v, A_y)$  dává dvě bezrozměrná čísla:

$$C_L = \frac{F_L}{A_y \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho_v \cdot v^2} = \frac{\text{vztlaková síla}}{\text{hydrodynamická síla}},$$

$C_L$  ... součinitel hydrodyn.vztlaku, [1]  
 $A_y$  ... účinná plocha kolmá na  
nátokovou plochu,

$\rho_v$  ... hustota kapaliny,

$v$  ... relativní rychlost tělesa vůči  
kapalině (relativní rychlost  
obtékání) v oblasti před nátokem

**=> formulace rovnice pro vztlakovou sílu:**

$$F_L = C_L \cdot A_y \cdot \rho_v \cdot \frac{v^2}{2}$$

Hodnoty  $C_L$  se hledají experimentem.

dynamický tlak nerušeného proudu

*Poznámka:*

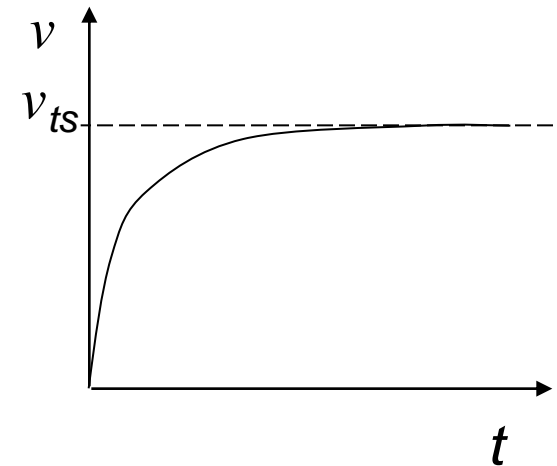
Neplést si hydrodynamickou vztlakovou sílu s hydrostatickou vztlakovou silou = Archimedovou silou.

## 2. Pevné částice v kapalině

# USAZOVÁNÍ ČÁSTIC V NEHYBNÉ KAPALINĚ

- Pokud nemá pevná částice stejnou hustotu jako okolní nehybná kapalina, částice **klesá** (usazuje se) nebo **stoupá** směrem k hladině.
- Rychlost klesání se nazývá usazovací rychlost. Po počátečním rozběhu se rychlost klesání částice ustálí na konečné rychlosti zvané konečná usazovací rychlost.
- Usazovací rychlost částice je výsledkem rovnováhy působících vnějších sil na částici a je závislá na řadě parametrů.

Časový průběh usazovací rychlosti po vložení (kulové) částice do sloupce vody:



$v_{ts}$  = konečná usazovací rychlost kulové částice

# USAZOVÁNÍ ČÁSTIC V NEHYBNÉ KAPALINĚ

- Rychlost usazování částice v nehybné kapalině je závislá na:
  - rozdílu hustot pevné částice,  $\rho_s$ , a kapaliny,  $\rho_k$ ,
  - vazkosti kapaliny,  $\mu$ ,
  - velikosti částice,  $d$ ,
  - tvaru částice vyjádřené součinitelem,  $\xi$ ,
  - zrychlením vnějšího silového pole,  $g$ .

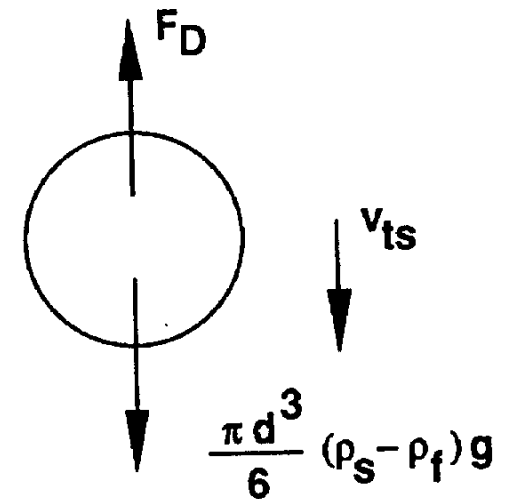
# USAZOVACÍ RYCHLOST **KULOVÉ** ČÁSTICE V NEHYBNÉ KAPALINĚ

Síly působící na pevnou kulovou částici ponořenou do nehybného sloupce vody:

Gravitační síla:  $F_G = \frac{\pi \cdot d^3}{6} \cdot \rho_s \cdot g$  [N],

Hydrostatická  
vztlaková síla:  
(tj. Archimédova síla)  $F_B = \frac{\pi \cdot d^3}{6} \cdot \rho_v \cdot g$  [N],

Odporová síla:  $F_D = C_D \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \frac{\rho_v}{2} \cdot v_{ts}^2$  [N].



Rovnováha 3 působících sil určuje konečnou usazovací rychlost,  $v_{ts}$ , kulové částice v kapalině.



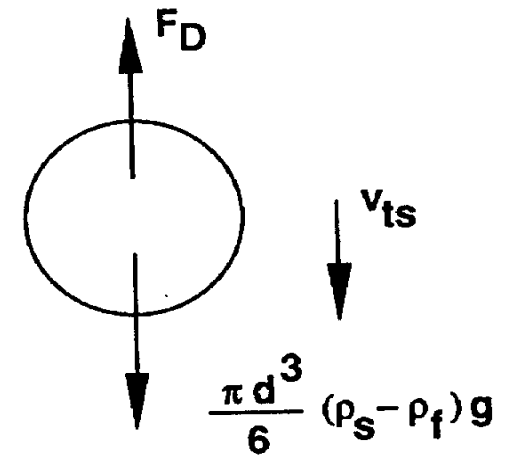
# USAZOVACÍ RYCHLOST **KULOVÉ** ČÁSTICE V NEHYBNÉ KAPALINĚ

Rovnováha působících vnějších sil (gravitační, vztlakové a odporové) se formuluje jako

$$\frac{\pi \cdot d^3}{6} (\rho_s - \rho_v) \cdot g = \frac{C_D}{8} \cdot \pi \cdot d^2 \cdot v_{ts}^2 \cdot \rho_v \quad [\text{N}]$$

a dává rovnici pro konečnou usazovací rychlost kulové částice,  $v_{ts}$

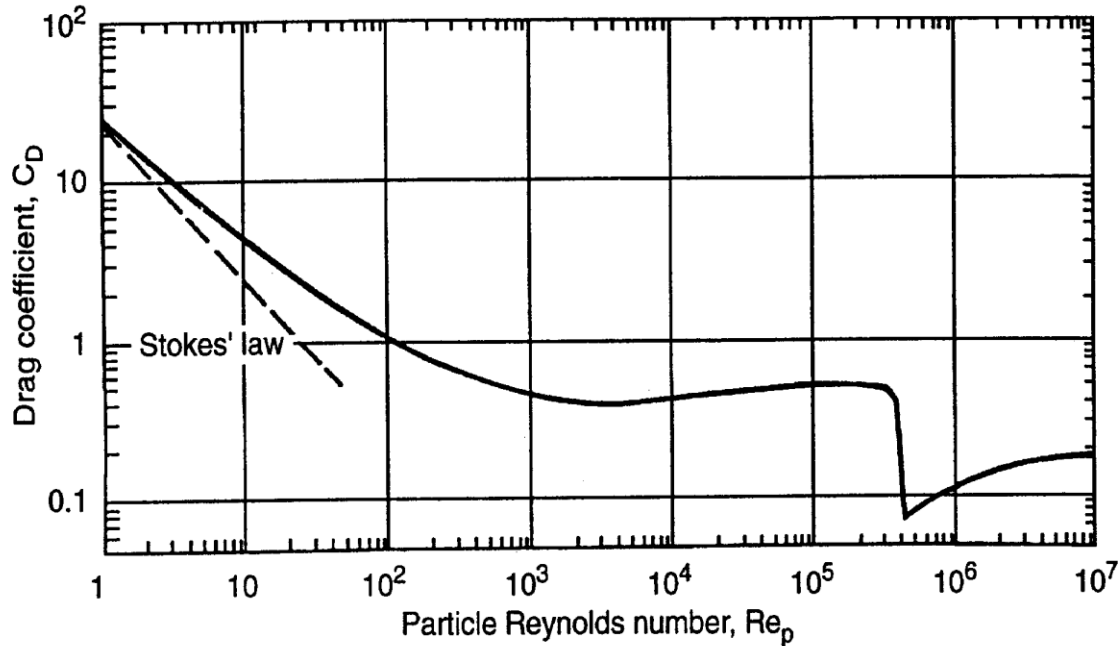
$$v_{ts} = \sqrt{\frac{4}{3} \cdot \frac{(\rho_s - \rho_v)}{\rho_v} \cdot \frac{g \cdot d}{C_D}} \quad [\text{m/s}].$$



Rovnice pro  $v_{ts}$  je v přechodovém režimu usazování **implicitní**, neboť  $v_{ts}$  se vyskytuje na obou stranách rovnice, na pravé straně rovnice v podobě  $C_D = \text{fn}(v_{ts}, \dots)$ .

# ODPOROVÝ SOUČINITEL **KULOVÉ ČÁSTICE**

Vztah  $C_D = fn(Re_p)$  (určený experimentálně pro  $Re_p > 1$ ):



Režimy proudění mimo MV:

Laminární:  $Re_p < 1$

$$C_D = 24/Re_p$$

Přechodný:

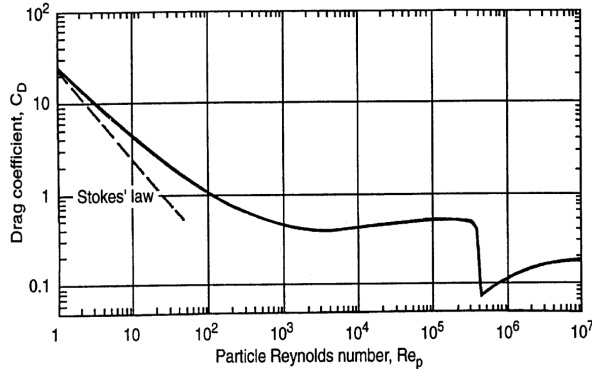
$$C_D = fn(Re_p)$$

Turbulentní:

$$3 \times 10^5 > Re_p > 500$$

$$C_D = 0,445.$$

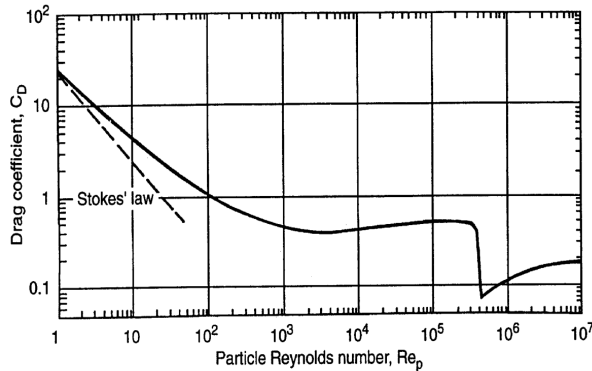
# ODPOROVÝ SOUČINITEL **KULOVÉ ČÁSTICE**



## Laminární režim: $Re_p < 1$ (Stokesovo proudění):

- *proudění v okolí*: laminární,
- *proudění v MV*: laminární,
- *separace*: žádná,
- *úplav*: není,
- *tlakový rozdíl* (mezi nátokovým a zadním stagnačním bodem,  $p(P) > p(S)$ ): způsoben viskózním třením,
- *celkový odpor*: způsoben hlavně tímto třením.

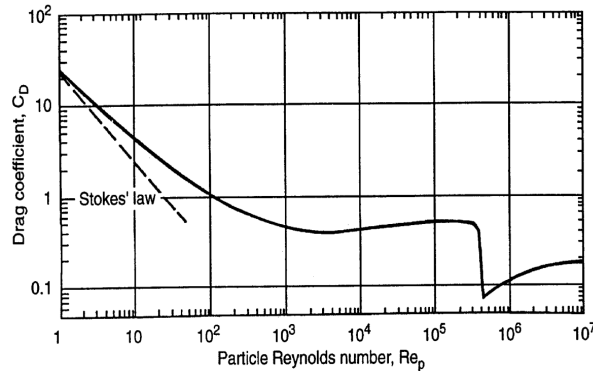
# ODPOROVÝ SOUČINITEL **KULOVÉ ČÁSTICE**



## Přechodový režim: $1000 > Re_p > 1$ :

- *separace*: ano,
- *úplav*: víry v úplavu,
- *celkový odpor*: kombinace odporu způsobeného viskózním třením a tvarovým odporem.

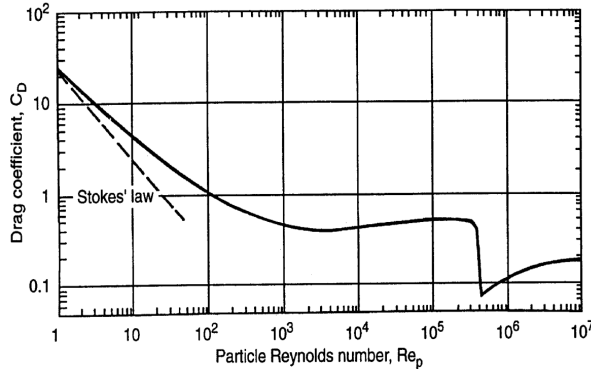
# ODPOROVÝ SOUČINITEL **KULOVÉ ČÁSTICE**



## Setrvačný režim: $3 \times 10^5 > Re_p > 10^3$ :

- *proudění v MV*: laminární na přední straně koule,
- *separace*: separační bod těsně za vrcholem koule,
- *úplav*: široký turbulentní úplav,
- *tlakový rozdíl*: tlak v úplavu je všude téměř konst. a rovný  $p(S)$ , samozřejmě platí  $p(P) > p(S)$ ,
- *celkový odpor*: způsoben hlavně tímto tlak. rozdílem (tj. tvarovým odporem), vliv viskózního tření zanedbatelný.

# ODPOROVÝ SOUČINITEL **KULOVÉ ČÁSTICE**



## Kritický režim: $Re_{p,cr} \sim 3 \times 10^5$ :

- *proudění v MV*: přechází v turbulentní,
- *separace*: separační bod se posouvá dozadu,
- *úplav*: se zužuje,
- *tlakový rozdíl*: se podstatně zmenšuje (a s ním i  $C_D$ ).

Poznámka: výhoda drsného povrchu obtékaného tělesa: turbulentní proudění v MV nastává při nižších hodnotách  $Re_p \Rightarrow$  snižuje se i hodnota  **$Re_{p,cr}$**  !

# USAZOVACÍ RYCHLOST **KULOVÉ** ČÁSTICE V NEHYBNÉ KAPALINĚ

V **laminárním režimu** (platí Stokesův zákon,  $Re_p < 0.1$ , tj. pro částice hustoty písku přibližně při  $d < 0.05$  mm),  $C_D = 24/Re_p$ , takže

$$v_{ts} = \frac{(\rho_s - \rho_v) g \cdot d^2}{18 \mu_v}.$$

V **turbulentním režimu** (platí Newtonův zákon,  $Re_p > 500$ , tj. pro částice hustoty písku přibližně při  $d > 2$  mm),  $C_D = 0.445$ , takže

$$v_{ts} = 1,73 \cdot \sqrt{\frac{(\rho_s - \rho_v)}{\rho_v} \cdot g \cdot d}.$$

# USAZOVACÍ RYCHLOST **KULOVÉ** ČÁSTICE V NEHYBNÉ KAPALINĚ

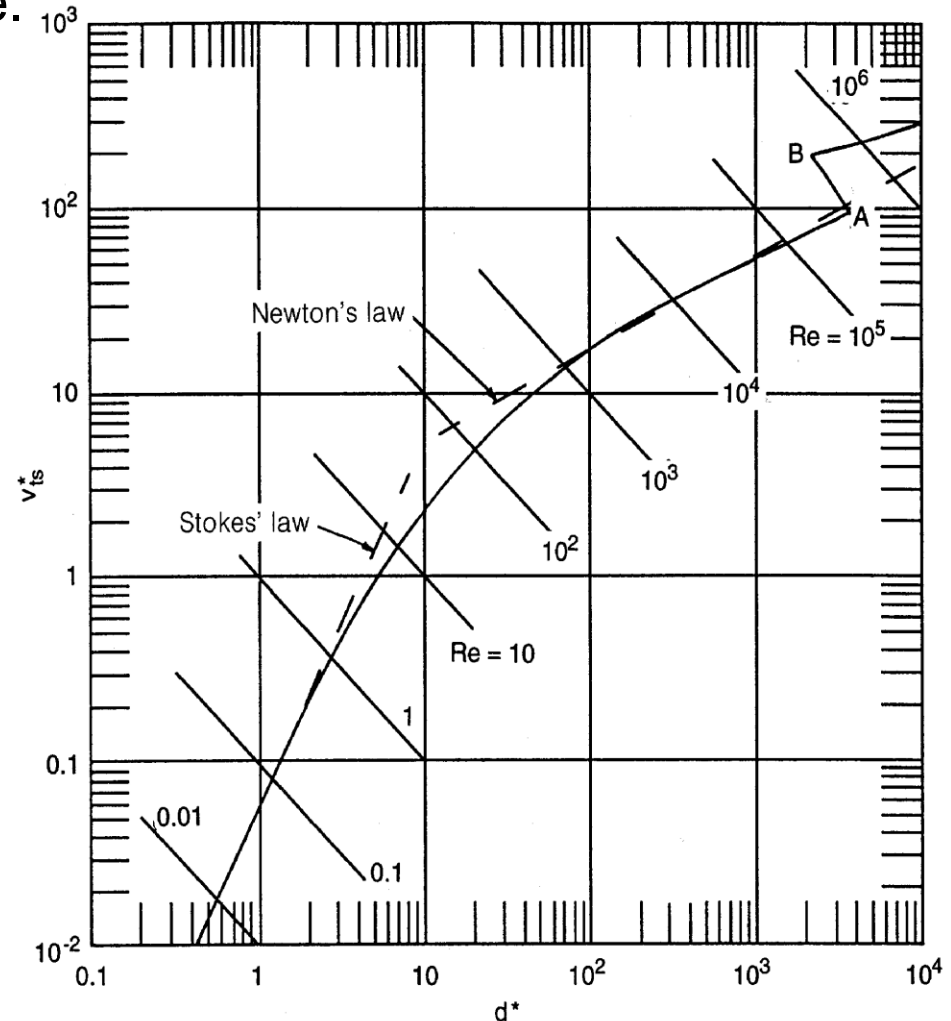
V **přechodovém režimu**,  $C_D = \text{fn}(Re_p)$ . Rovnice usazovací rychlosti je implicitní, určení  $v_{ts}$  vyžaduje iterace.

Grace (1986) navrhl metodu určení  $v_{ts}$  *bez nutnosti iterace*.

Graceova metoda užívá dvě bezrozměrná čísla

$$d^* = d \cdot \sqrt[3]{\frac{\rho_v \cdot (\rho_s - \rho_v) \cdot g}{\mu_v^2}}$$

$$v_{ts}^* = v_{ts} \cdot \sqrt[3]{\frac{\rho_v^2}{\mu_v \cdot (\rho_s - \rho_v) \cdot g}}$$





# VLIV TVARU ČÁSTICE NA USAZOVACÍ RYCHLOST

- Obecně platí: nekulové částice mají **menší usazovací rychlost** než kulové částice, a to kvůli většímu odporu.
- Nekulové částice se během usazování samy přeorientují do polohy, při níž mají **největší odpor** (děje se pro částice středně velkých hodnot  $Re_p$ ).
- Přeorientované částice mají největší nátokovou plochu (průmět objemu částice do plochy kolmé k usazovací rychlosti)  $A_p$ . S její pomocí se pro nekulovou částici definuje průměr ekvivalentní této ploše,  $d_a$ , jako

$$d_a = \sqrt{\frac{4 \cdot A_p}{\pi}}$$

... tato veličina se používá k určení objemového koeficientu částice,  $k$ , a tvarového faktoru částice (viz. příští slide).

# USAZOVACÍ RYCHLOST NEKULOVÉ ČÁSTICE V NEHYBNÉ KAPALINĚ

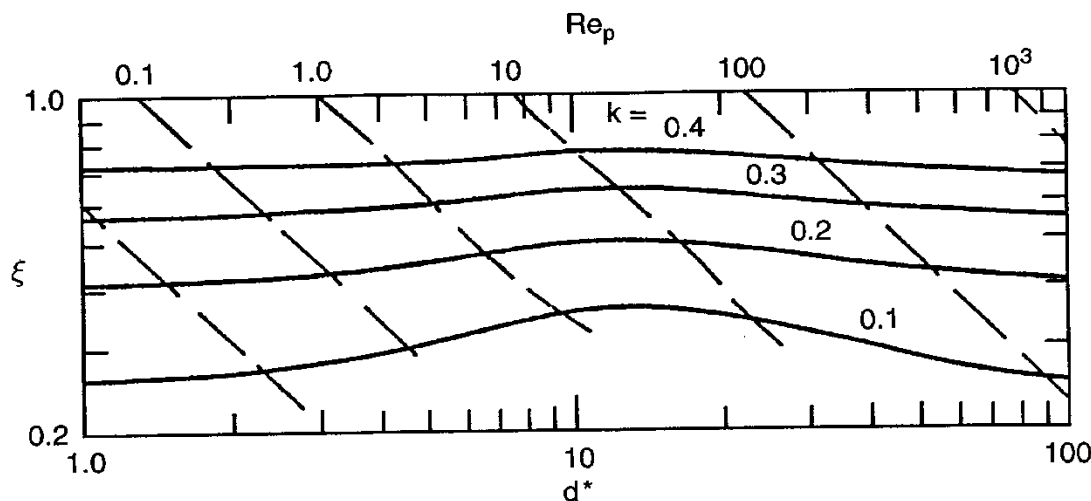
**Nepravidelný (nekulový) tvar částice** způsobuje snížení její usazovací rychlosti. Tento tvarový efekt je vyjádřen pomocí podílu rychlostí zvaného tvarový faktor  $\xi$ :

$$\xi = \frac{V_t}{V_{ts}}$$

Tvarový faktor  $\xi$  je funkcí :

- objemového koeficientu  $k$  částice,  $k = \text{objem částice} / d_a^3$ ,
- ( $k = 0.26$  pro písek, štěrk)
- bezrozměrného průměru částice,  $d^*$

$$d^* = d \cdot \sqrt[3]{\frac{\rho_v \cdot (\rho_s - \rho_v) \cdot g}{\mu_v^2}}$$



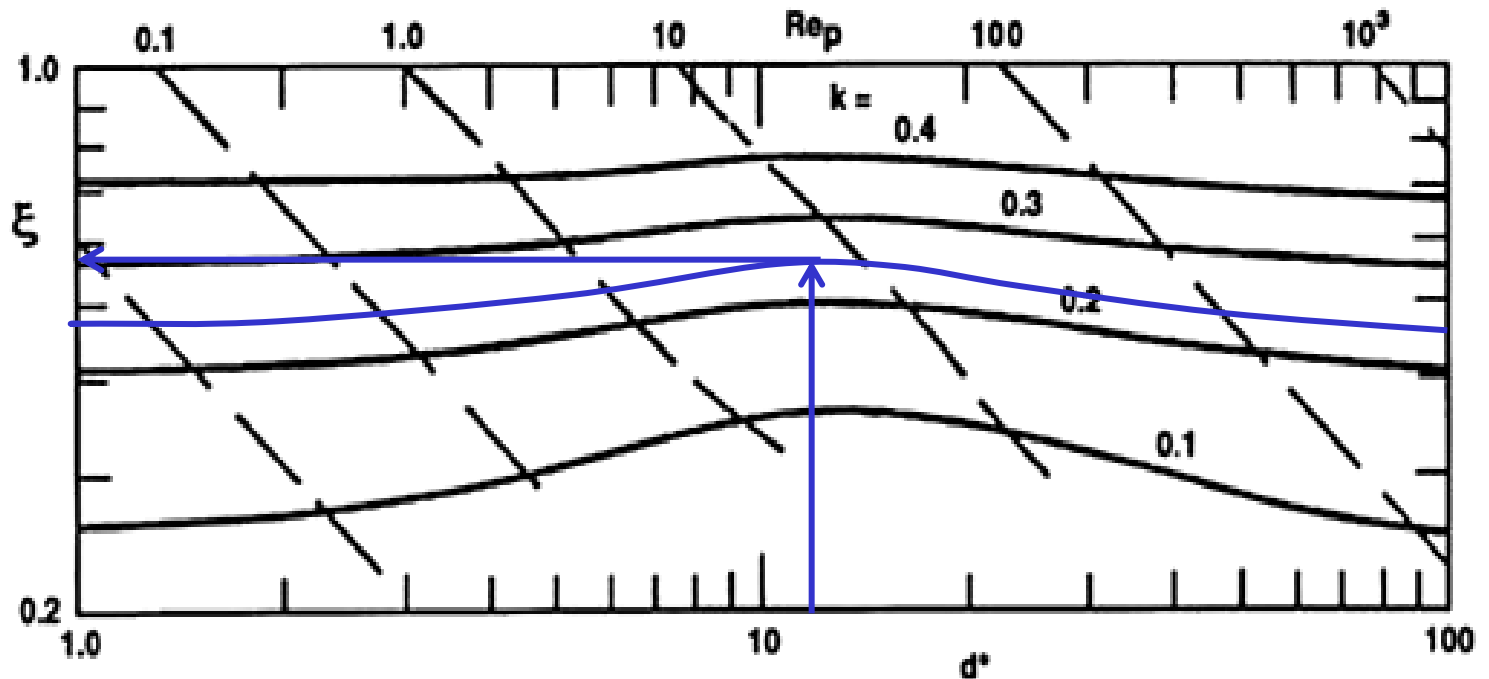
Usazovací rychlost pískových částic je typicky 50-60 % hodnoty usazovací rychlosti kulové částice ekvivalentního průměru, resp. totožného objemu.

# VLIV TVARU ČÁSTICE NA USAZOVACÍ RYCHLOST

Příklad:

$$k = \text{objem částice} / d_a^3$$

$$v_t = \xi \cdot v_{ts}$$



Uhelná částice  $k = 0,23$ ,  $d^* = 15$   $v_t \sim 0,56 \cdot v_{ts}$

# USAZOVACÍ RYCHLOST PÍSKOVÉ ČÁSTICE

V **laminárním režimu** usazování (pískové částice velikosti menší než přibližně 0.1 mm)  
– platí Stokesova rovnice :

$$v_t = 424 \cdot \frac{(\rho_s - \rho_v)}{\rho_v} \cdot d^2$$

V **přechodovém režimu** ( $0.1 \text{ mm} < d < 1 \text{ mm}$ )  
platí Budryckova rovnice :

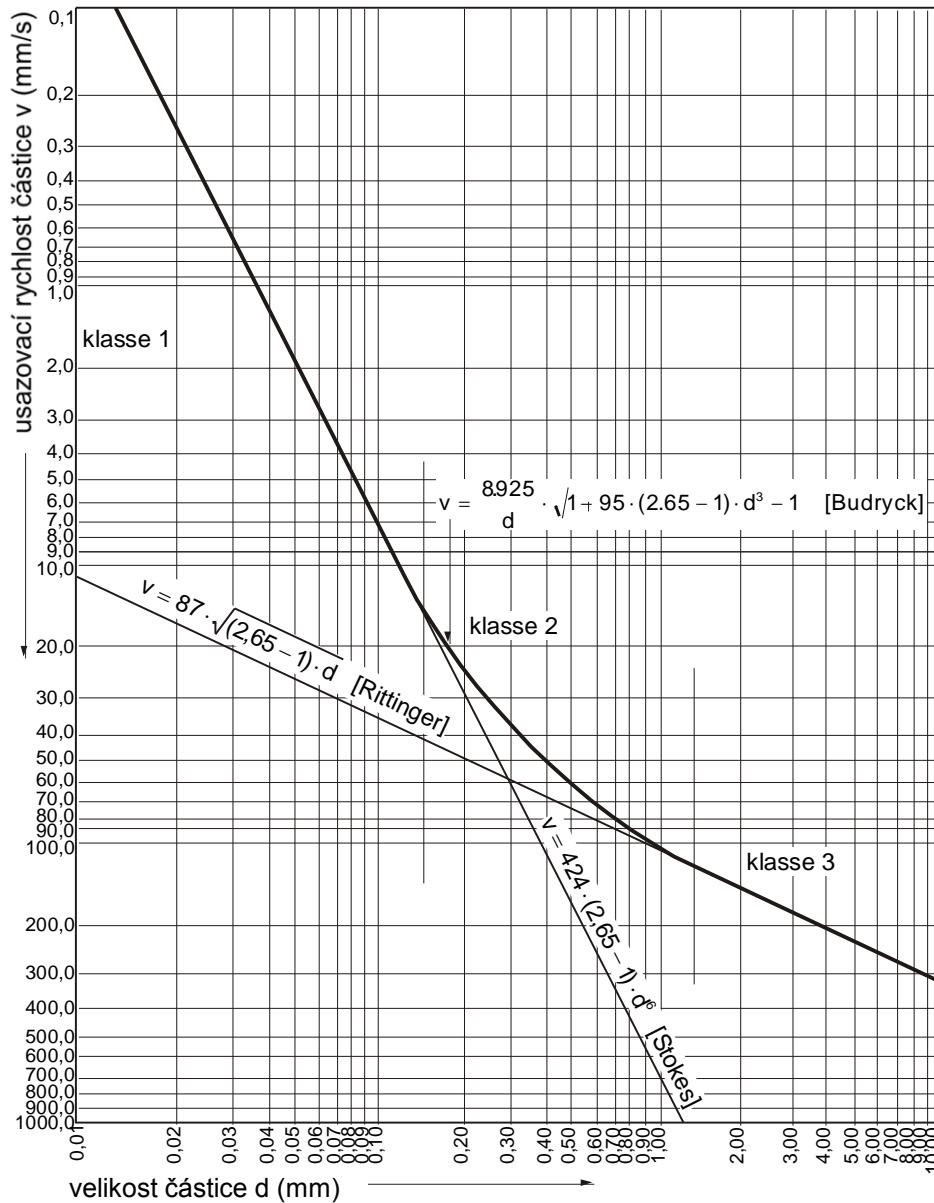
$$v_t = \frac{8,925}{d} \cdot \left[ \sqrt{1 + 95 \frac{(\rho_s - \rho_v)}{\rho_v} \cdot d^3} - 1 \right]$$

V **turbulentním režimu** (pískové částice větší než přibližně 1 mm), platí Rittingerova rce :

$$v_t = 87 \cdot \sqrt{\frac{(\rho_s - \rho_v)}{\rho_v} \cdot d}$$

Důležitá poznámka: v rovnicích je vstupní **d** v [mm] a výstupní **v<sub>t</sub>** v [mm/s].

# USAZOVACÍ RYCHLOST PÍSKOVÉ ČÁSTICE



Graf konečné usazovací rychlosti pískových a štěrkových částic podle Stokesovy, Budryckovy a Rittingerovy rovnice.

# VLIV PŘÍTOMNOSTI DALŠÍCH ČÁSTIC NA USAZOVACÍ RYCHLOST (USAZOVÁNÍ MRAKU ČÁSTIC)

Pokud se v sloupci stojaté vody neusazuje jedna částice ale celý mrak částic, přítomnost okolních částic ovlivňuje usazovací rychlost částice. Přítomnost okolních částic usazování částice ruší, výsledkem je nižší usazovací rychlost, zvaná **rušená usazovací rychlost,  $v_{th}$** .

Příčiny rušení usazování částice v mraku:

- vzrůst hydrostatického vztlaku na částici vlivem přítomnosti jiných částic ve stejné výškové poloze v mraku částic,
- protiproud kapaliny vyvolaný vytlačováním kapaliny vzhůru masou klesajících částic,
- vyšší hydrodynamický odpor na částici vyvolaný blízkostí jiných částic v mraku (např. ovlivněním úplavu sledované částice).

# VLIV PŘÍTOMNOSTI DALŠÍCH ČÁSTIC NA USAZOVACÍ RYCHLOST (USAZOVÁNÍ MRAKU ČÁSTIC)

Rušivý efekt je silně ovlivněn množstvím částic v okolí sledované částice, tj. objemovou koncentrací částic v mraku,  $C_v$ , a je popsán

[Richardsonovou-Zakiho rovnicí](#),

$$v_{th} = v_t \cdot (1 - C_v)^m,$$

v níž index  $m$  určuje např. [Wallisova rovnice](#)

$$m = \frac{4,7 \cdot (1 + 0,15 \cdot Re_p^{0.687})}{1 + 0,253 \cdot Re_p^{0.687}},$$

*$m \sim 4.6$  pro Stokesovu rovnici,*

*$m \sim 2.4$  pro Newtonovu rovnici.*

# POZNÁMKA: VZTLAKOVÁ SÍLA NA ROTUJÍCÍ ČÁSTICI

VÝSKYT: letící míče s udělenou rotací (tenis, kopaná, golf, ...)

EFEKT: míč neletí rovně vpřed, nýbrž zahýbá ve směru rotace (Magnusův efekt)

DŮVOD: v důsledku rotace působí na míč dynamická vztlaková síla (Magnusova síla)

PRINCIP: rotací se vytvoří rozdílná rychlost a tudíž tlak v mezní vrstvě obtékajícího vzduchu na protilehlých stranách míče, vztlaková síla působí ve směru kolmém k ose rotace, míč zahýbá ve směru rotace

PRINCIP: viz. obr na tabuli.





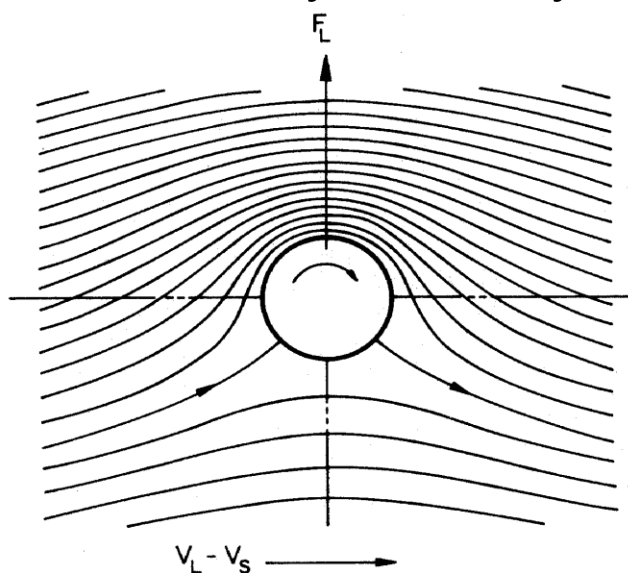
# POZNÁMKA: VZTLAKOVÁ SÍLA NA ROTUJÍCÍ ČÁSTICI

VÝSKYT: částice v mezní vrstvě proudící tekutiny (hydrooprava v potrubí)

EFEKT: částice určité velikosti jsou odpuzovány od stěny potrubí (Magnusův efekt)

DŮVOD: na částice v mezní vrstvě působí dynamická vztlaková síla ve směru kolmém na směr proudění, tj. kolmém na stěnu potrubí

PRINCIP: velký rychlostní gradient tekutiny v mezní vrstvě způsobí rotaci částice, vytvoří se dynamická vztlaková síla



PRINCIP: Rozdíl rychlosti tekutiny v oblasti nad a pod rotující částicí způsobuje tlakový rozdíl ve svislém směru (lokální tlak v mezní vrstvě tekutiny nad částicí je menší než pod částicí, neboť lokální rychlost je větší nad než pod částicí). Výsledkem je **svislá síla na částici ve směru vzhůru** (z místa většího tlaku do místa menšího tlaku).

