Proudění v potrubí

DRUHY PROUDĚNÍ V POTRUBÍ

Rozdělení dle časového hlediska

- **proudění ustálené (Q≠f(t), v≠f(t) . . . . .)**
- **proudění neustálené pomalu proměnné (Q=f(t), v=f(t), p=f(t). . .)**

  typický příklad – zásobování pitnou vodou ve vodárenských soustavách (Q závisí na velikosti odběrů, rozložení spotřeby v průběhu dne).

  výpočet v praxi – návrh potrubí pro nejvíce nepříznivý stav pomocí výpočetních postupů ustáleného proudění

- **proudění neustálené rychle proměnné – náhlá změna průtoku v potrubí ⇒ důsledek vodní ráz – rychlé šíření tlakových změn**

  příčina vodního rázu – objemová stlačitelnost kapalin

  typický příklad – náhlé zastavení turbín, čerpadel, uzávěrů

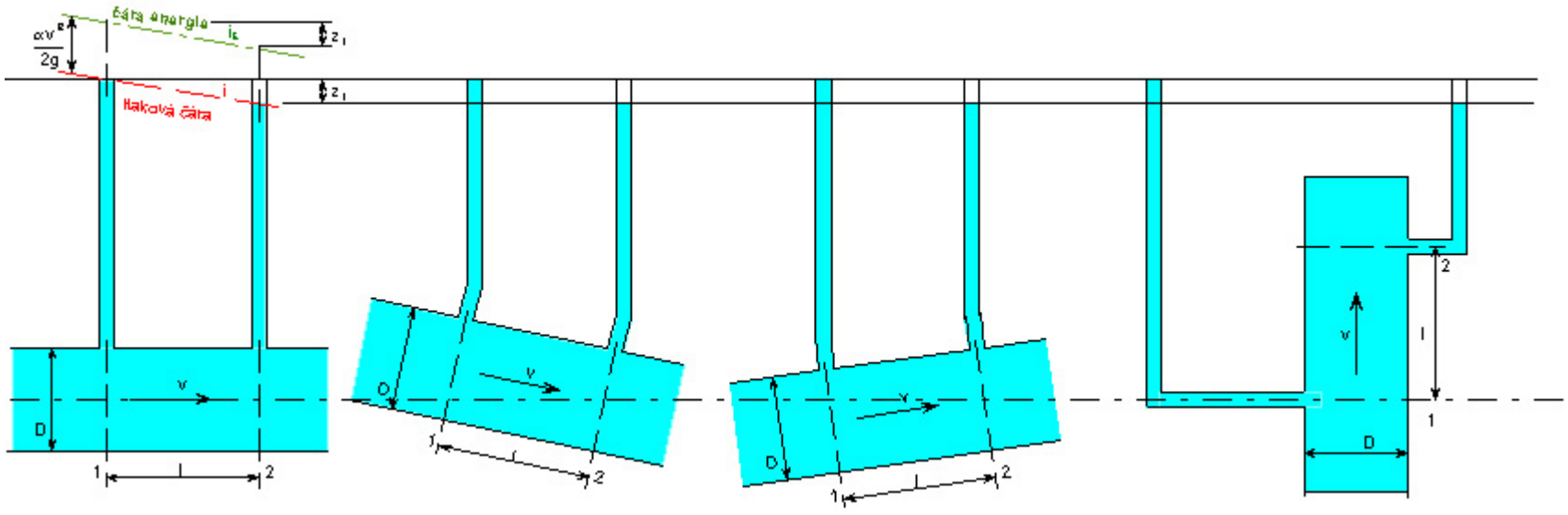
Rozdělení proudění v uzavřených profilech dle působících sil

- **tlakové proudění – dominantní vliv tlakového gradientu, nezáleží na sklonu potrubí**

  typické příklady

  - proudění pitné vody ve vodárenských soustavách

  - proudění vody ve spodních výpustích přehrad



- **proudění s volnou hladinou – dominantní vliv objemových (gravitačních sil), proudění závisí na sklonu dna**

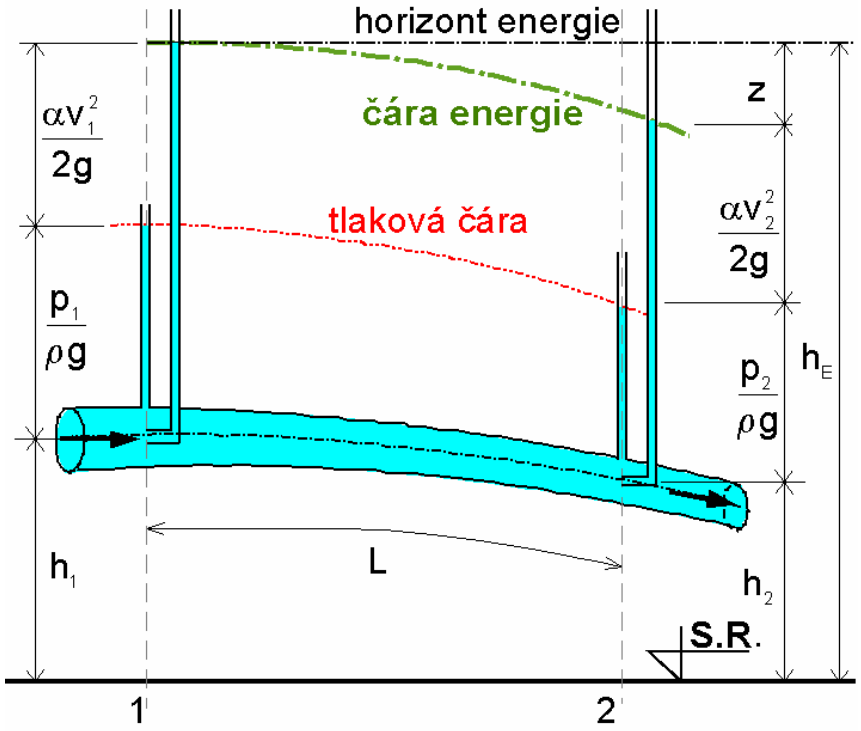
  typický příklad – dvoufázové proudění ve stokových systémech

ZÁKLADNÍ VÝPOČETNÍ PRINCIPY USTÁLENÉHO TLAKOVÉHO PROUDĚNÍ V POTRUBÍ

- **aplikace zákona zachování mechanické energie**
  rovnice Bernoulliho pro ustálené proudění skutečné kapaliny (vazkost $\nu \neq 0$)
- **aplikace zákona zachování hmoty**
  rovnice spojitosti pro ustálené 1D proudění
- **náhrada skutečného rozdělení rychlosti u v příčném průřezu profilu**
  střední průřezovou rychlostí v

BERNOULLIHO ROVNICE PRO USTÁLENÉ PROUDĚNÍ SKUTEČNÉ KAPALINY

$$\left(h_1 + \frac{p_1}{\rho \cdot g} + \frac{\alpha \cdot v_1^2}{2 \cdot g}\right) - \left(h_2 + \frac{p_2}{\rho \cdot g} + \frac{\alpha \cdot v_2^2}{2 \cdot g}\right) = Z$$



Z – ztráty mechanické energie

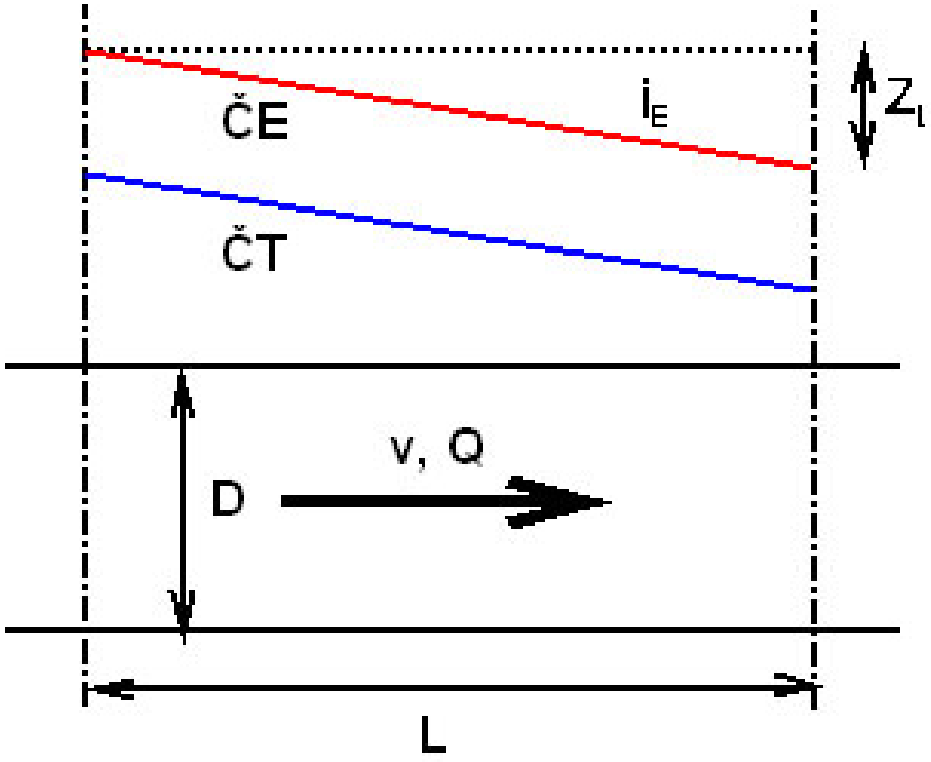
$$Z = Z_t + Z_m$$

Z_t – ztráty třením

Z_m – ztráty místní

ZTRÁTY TŘENÍM

rovnoměrné ustálené proudění $\Leftrightarrow$ $\frac{\partial v}{\partial t} = 0$, **D = konst.**



$Z_t = i_E \cdot L$ [m] **ztráta třením**

i_E [–] – **hydraulický sklon**

sklon čáry energie

$$Z_t = \frac{\lambda \cdot L}{D} \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g} \quad [m]$$

λ [–] **- součinitel ztráty třením**

$$\lambda = f\left(Re, \frac{\Delta}{D}\right)$$

Re [–] – Reynoldsovo číslo $Re = \frac{v \cdot D}{\nu}$

$\frac{\Delta}{D}$ **[–] – relativní drsnost potrubí**

DRSNOST POTRUBÍ

! Nejednotná terminologie při definici drsnosti v literatuře !

absolutní drsnost Δ [m] nebo [mm]- výška výstupků nerovností vnitřního povrchu stěn potrubí

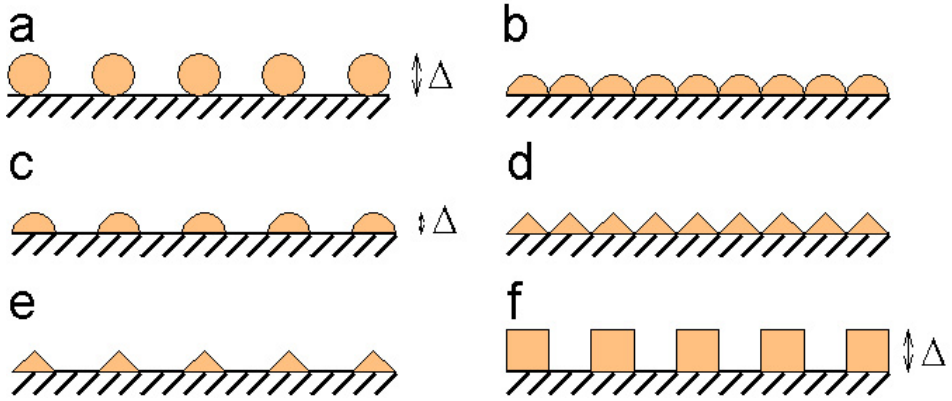
jednoznačná hodnota – pouze u geometricky homogenních povrchů

homogenní povrch – pouze u umělé drsnosti

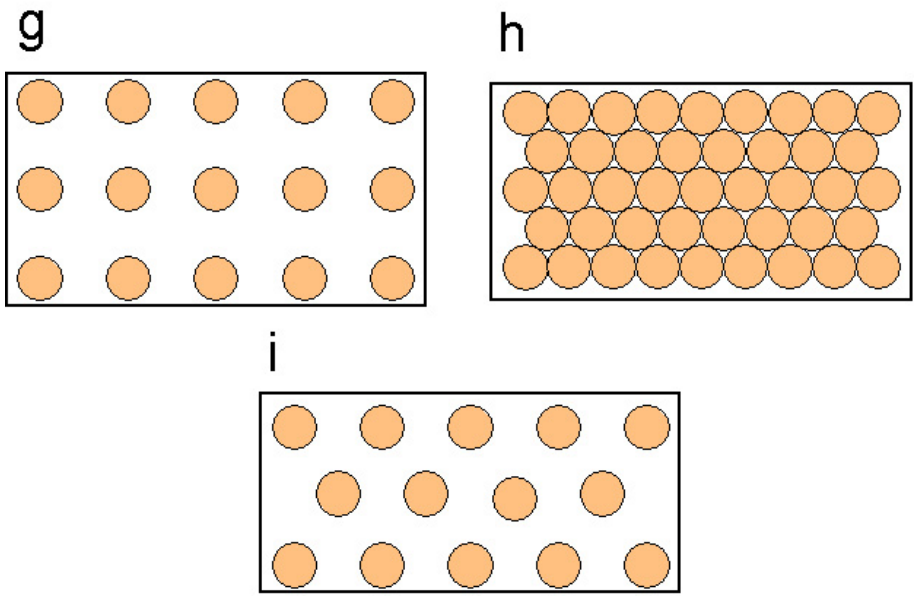
nehomogenní povrch – skutečný povrch technicky vyráběného potrubí

Absolutní drsnost

tvar a výška výstupků

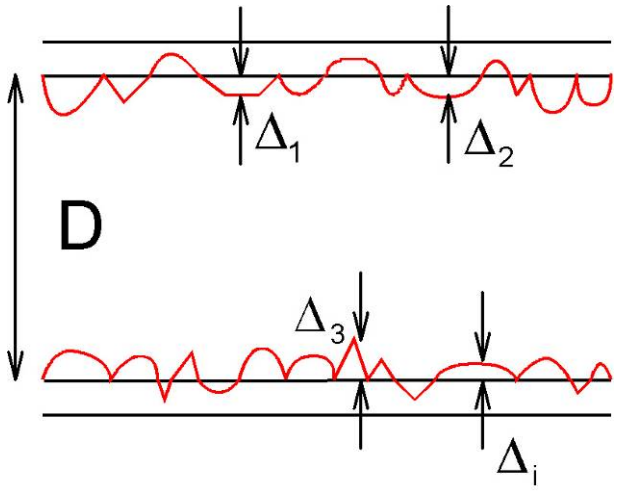


plošné rozmístění výstupků



„písková drsnost“ – b-h ⇔ Nikuradseho pokusy

Drsnost technicky vyráběných potrubí

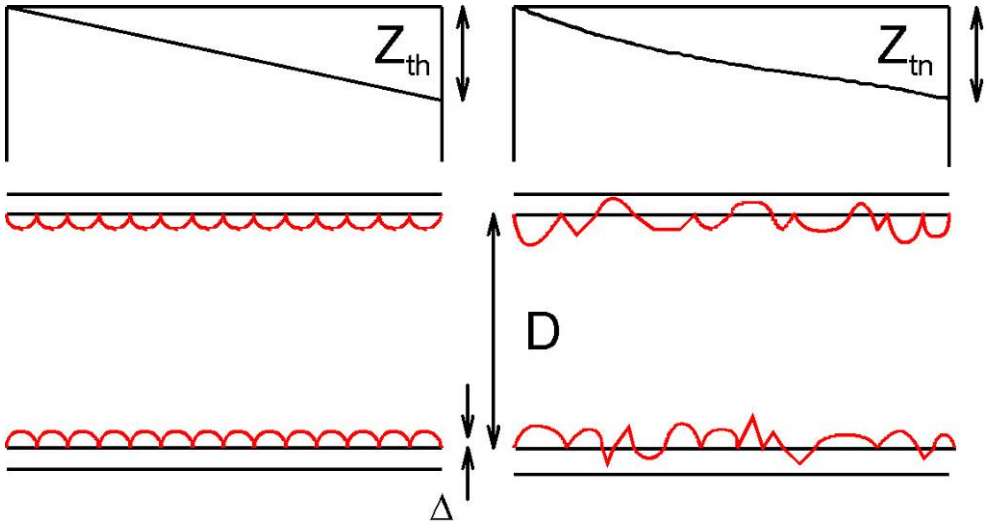


- **výška a prostorové rozložení výstupků se nepravidelně mění**
- **není možné stanovit jednoznačnou hodnotu Δ**
- **na ztráty mají kromě nerovností povrchu vliv i deformace ve spojích, výchylky v ose**
- **deformace potrubí po delším uložení na nerovném podkladu**
- **změna vnitřního povrchu potrubí („stárnutí potrubí“)**

Hydraulická drsnost

Zavedení pojmu hydraulická drsnost

Porovnání ztrát třením na potrubí se známou umělou pískovou drsností se ztrátami třením na technickém potrubí (využití hydraulických laboratoří).



Jsou-li ztráty třením Z_{th} při proudění v potrubí s homogenní drsností o výšce výstupků Δ v kvadratické oblasti shodné se ztrátou třením na potrubí s nehomogenním povrchem Z_{tn} při stejném průtoku průměru a délce potrubí, přiřadí se tomuto potrubí hydraulická drsnost o výšce Δ.

Relativní drsnost

Absolutní nebo hydraulická drsnost nevystihují přímo vliv charakteru povrchu na součinitele ztrát třením.

důležitý vzájemný vztah absolutní nebo hydraulické drsnosti a rozměru potrubí ⇒ relativní drsnost

relativní drsnost - poměr hydraulické (absolutní) drsnosti a charakteristického rozměru potrubí D, r_0, R (r_0 – poloměr potrubí, R – hydraulický poloměr S/O)

různé výrazy charakterizující relativní drsnost v odborné literatuře

$$\frac{\Delta}{D}, \frac{\Delta}{r_0}, \frac{\Delta}{R}$$

Hydraulické drsnosti Δ pro technicky vyráběná potrubí

Druh potrubí	Stav potrubí	Δ [mm]
azbestocementové	nové po použití	0.5 1
ocelové bezešvé	nové po použití po delším provozu	0.01-0.02 0.15 0.3
ocelové svařované	nové mírně zrezivělé silně zrezivělé	0.03-0.1 0.3-0.7 2-4
litinové	nové po použití silně zrezivělé	0.01-0.16 0.5-1.5 2-3
plastové (PVC, PE)	nové po delším provozu	0.001-0.003 0.01-0.015
betonové	nové po delším provozu	0.15-0.5 1-3

Jako hydraulicky hladké potrubí je možné uvažovat potrubí vyráběná jako „technicky hladká“ :

sklo, mosaz, měď, hliník, plasty

Stárnutí potrubí :

- **rozrušování povrchu unášenými částicemi**
- **usazování suspendovaných a rozpuštěných látek**
- **inkrustace potrubí vylučováním zejména vápenných solí**

Hydraulicky odlišné oblasti proudění

závislost ztrát třením na rychlosti $Z_t = a \cdot v^b$

1 laminární proudění – b=1 $\Rightarrow$ lineární oblast ztrát

2 oblast přechodu (kritická oblast) $\Leftrightarrow$ přechod mezi laminárním a turbulentním prouděním $2300 < Re < 4000$ **až 5000**

$$Re_k \approx 2320$$

3 turbulentní proudění v hydraulicky hladkém potrubí – b ≈1.75

$$\lambda = f(Re)$$

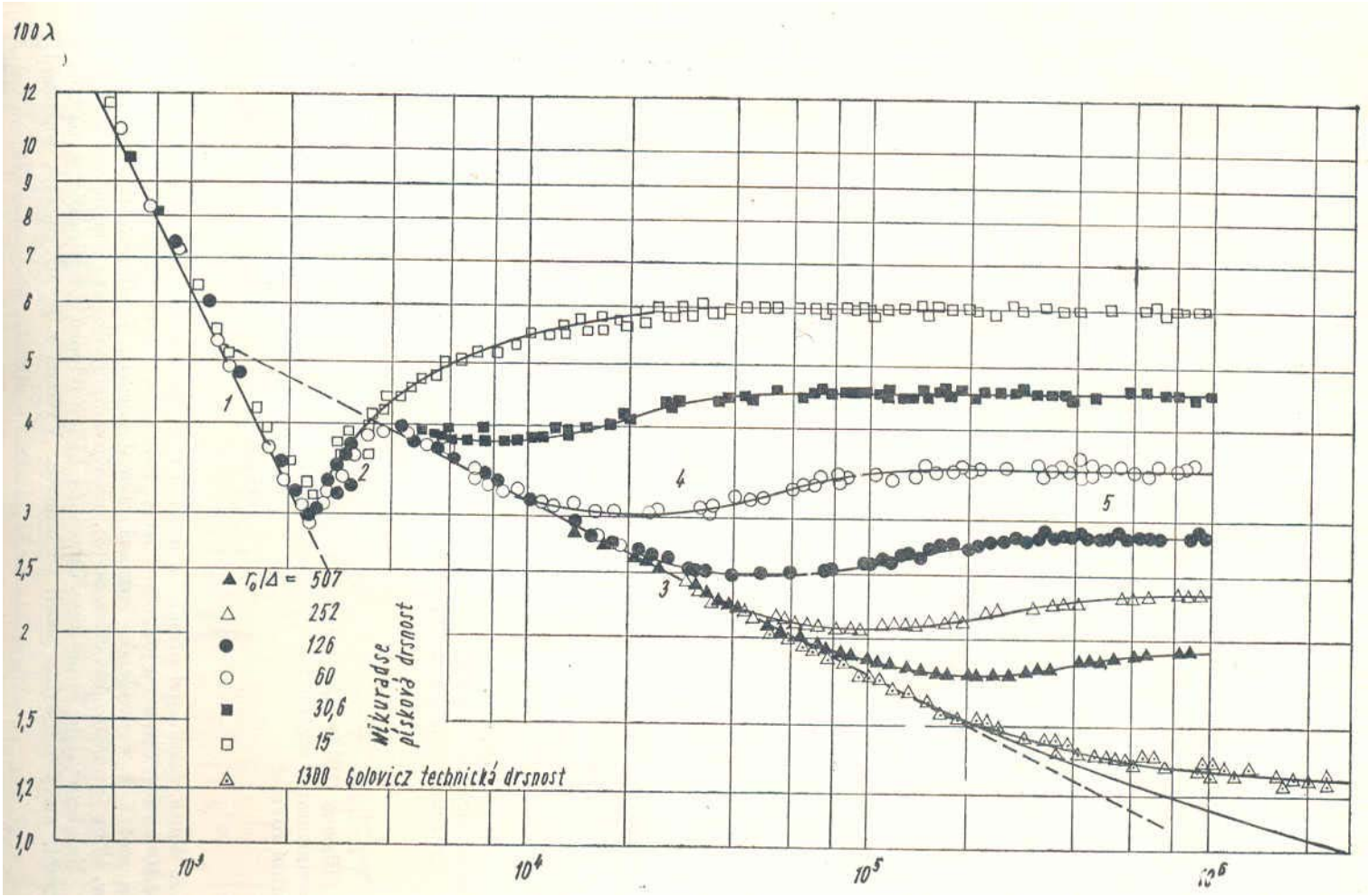
4 turbulentní proudění v přechodné oblasti – 1.75 < b < 2

$$\lambda = f\left(Re, \frac{\Delta}{D}\right)$$

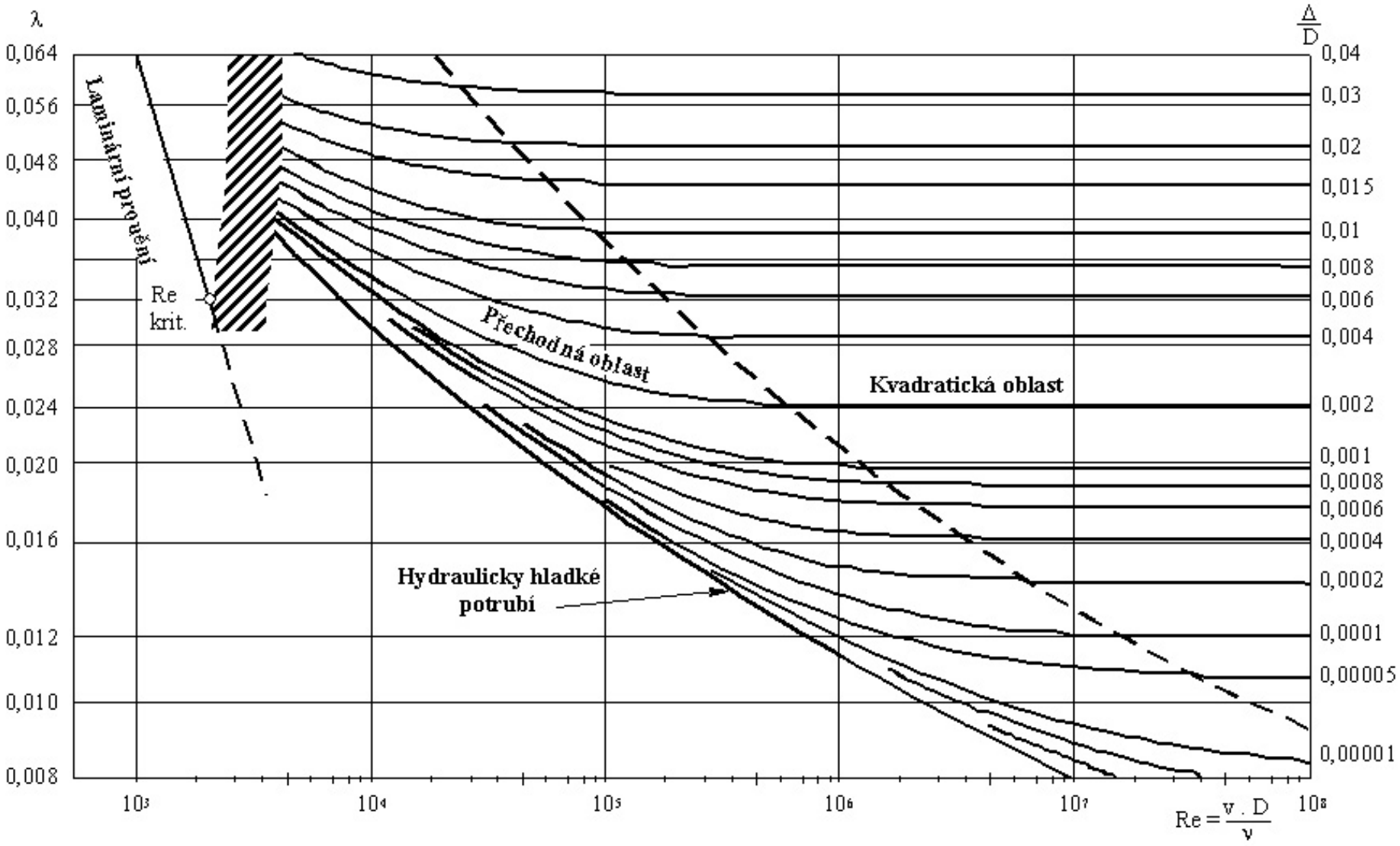
5 Hydraulicky drsné potrubí v kvadratické oblasti - b=2

$$\lambda = f\left(\frac{\Delta}{D}\right)$$

Nikuradseho diagram pro potrubí s umělou drsností



Moodyho diagram



Empirické rovnice pro výpočet součinitele tření

- **hydraulicky hladké potrubí**

autor	rovnice	platnost
Blasius	$\lambda = \frac{0.3164}{Re^{0.25}}$	$4 \cdot 10^3 < Re < 10^5$
Prandtl-Kármán	$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \cdot \log\left(Re \cdot \sqrt{\lambda}\right) - 0.8$	$4 \cdot 10^3 < Re < 10^8$
Altšul	$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 1.82 \cdot \log\frac{Re}{100} + 2$	$2.5 \cdot 10^3 < Re < 10^{12}$
Konakov	$\lambda = \frac{1}{(1.8 \cdot Re - 1.5)^2}$	$4 \cdot 10^3 < Re < 10^5$

- **přechodná oblast**

autor	rovnice	platnost
Colebrook-White	$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \cdot \log\left[\frac{2.51}{Re \cdot \sqrt{\lambda}} + \frac{\Delta}{3.71 \cdot D}\right]$	$Re > 4 \cdot 10^3$
El-Abdala	$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \cdot \log\left[\frac{6.524}{Re^{0.908}} + \frac{\Delta}{3.71 \cdot D}\right]$	$10^4 < Re < 10^8$ $10^{-5} < \Delta/d < 10^{-1}$
Haaland	$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -1.8 \cdot \log\left[\frac{6.9}{Re} + \left(\frac{\Delta}{3.71 \cdot D}\right)^{1.11}\right]$	$4 \cdot 10^4 < Re < 10^8$ $\Delta/d < 10^{-2}$
Altšul	$\lambda = 0.11 \cdot \left[\frac{68}{Re} + \frac{\Delta}{D}\right]^{0.25}$	$Re > 4 \cdot 10^3$
Moody	$\lambda = 0.0053 \cdot \left[1 + \left(20000 \cdot \frac{\Delta}{D} + \frac{10^6}{Re}\right)^{1/3}\right]$	$4 \cdot 10^3 < Re < 10^7$ $\Delta/d < 10^{-1}$

- **kvadratická oblast**

autor	rovnice	platnost
Nikuradse	$\lambda = \left(2 \cdot \log \frac{r_0}{\Delta} + 1.74 \right)^{-2}$	$Re > 4 \cdot 10^3$
Šifrinson	$\lambda = 0.11 \cdot \left(\frac{\Delta}{D} \right)^{0.25}$	$10^4 < Re < 10^8$ $10^{-5} < \Delta/d < 10^{-1}$

Obecnější platnost rovnice Colebrook-Whiteova

úprava rovnice Nikuradseho pro kvadratickou oblast ztrát

$$\lambda = \left(2 \cdot \log\frac{r_0}{\Delta} + 1.74\right)^{-2} = \left[2 \cdot \left(\log\frac{D}{2 \cdot \Delta} + 0.87\right)\right]^{-2} = \frac{0.25}{\left(\log\frac{D}{2 \cdot \Delta} + \log 7.42\right)^2} = \frac{0.25}{\left(\log\frac{3.71 \cdot D}{\Delta}\right)^2}$$

úprava rovnice Prandtl-Kármána pro hydraulicky hladké potrubí

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \cdot \log\left(Re \cdot \sqrt{\lambda}\right) - 0.8 = 2 \cdot \left(\log\left(Re \cdot \sqrt{\lambda}\right) - 0.4\right) = 2 \cdot \left(\log\left(Re \cdot \sqrt{\lambda}\right) + \log\frac{1}{2.51}\right) = 2 \cdot \log\frac{Re \cdot \sqrt{\lambda}}{2.51}$$

rovnice Colebrook-Whiteova

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \cdot \log\left[\frac{2.51}{Re \cdot \sqrt{\lambda}} + \frac{\Delta}{3.71 \cdot D}\right]$$

$$Re \to \infty \Rightarrow \frac{2.51}{Re \cdot \sqrt{\lambda}} \to 0 \quad \frac{1}{\sqrt{\lambda}} \approx -2 \cdot \log\frac{\Delta}{3.71 \cdot D} \quad \Leftrightarrow \text{ Nikuradseho r.}$$

$$\frac{\Delta}{D} \to 0 \Rightarrow \frac{\Delta}{3.71 \cdot D} \to 0 \quad \frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \cdot \log\frac{2.51}{Re \cdot \sqrt{\lambda}} \quad \Leftrightarrow \text{ Prandtl–Kárm. r.}$$

Určení hranic mezi jednotlivými oblastmi proudění

- **hydraulicky hladké potrubí**

$$Re < Re_{m1} \approx \frac{D}{\Delta} \cdot \log\left(0.1 \cdot \frac{D}{\Delta}\right) \qquad \text{Eck} \quad Re_{m1} = \frac{28.2 \cdot D}{\Delta} \cdot \log\left(\frac{5.6 \cdot D}{\Delta}\right)$$

- **hranice kvadratické oblasti ztrát třením**

$$Re > Re_{m2} = \frac{A}{\sqrt{\lambda}} \cdot \frac{D}{\Delta} \qquad \text{Nikuradse A=191 Colebrook A=200}$$

$$\text{Nikuradse} \quad Re_{m2} = \frac{400 \cdot D}{\Delta} \cdot \log\left(\frac{3.71 \cdot D}{\Delta}\right)$$

$$\text{Šifrinson} \quad Re > \frac{500 \cdot D}{\Delta}$$

- **použití diagramů (Moody)**

Jiné výpočetní postupy výpočtu ztrát třením v kvadratické oblasti ztráty třením

- z obecné rovnice rovnoměrného proudění

rovnice Chezyho

$$v = C \cdot \sqrt{R \cdot i_E}$$

C – Chezyho rychlostní součinitel

po aplikaci rovnice spojitosti Q=v·S

$$Q = C \cdot S \cdot \sqrt{R \cdot i_E} = K\sqrt{i_E} \Rightarrow i_E = \frac{1}{K^2} \cdot Q^2 = A \cdot Q^2$$

K – modul průtoku [$m^3 \cdot s^{-1}$]

A – modul ztráty třením [$m^{-6} \cdot s^2$] A=fce(D, materiál p.)

empirické rovnice pro stanovení C

Empirické rovnice pro stanovení součinitele C

z rovnice Manninga $$C = \frac{R^{1/6}}{n}$$

rovnice Pavlovského $$C = \frac{R^{y}}{n} \qquad y = 2.5 \cdot \sqrt{n} - 0.13 - 0.75 \cdot \left(\sqrt{n} - 0.10\right)$$

n – manningův součinitel drsnosti

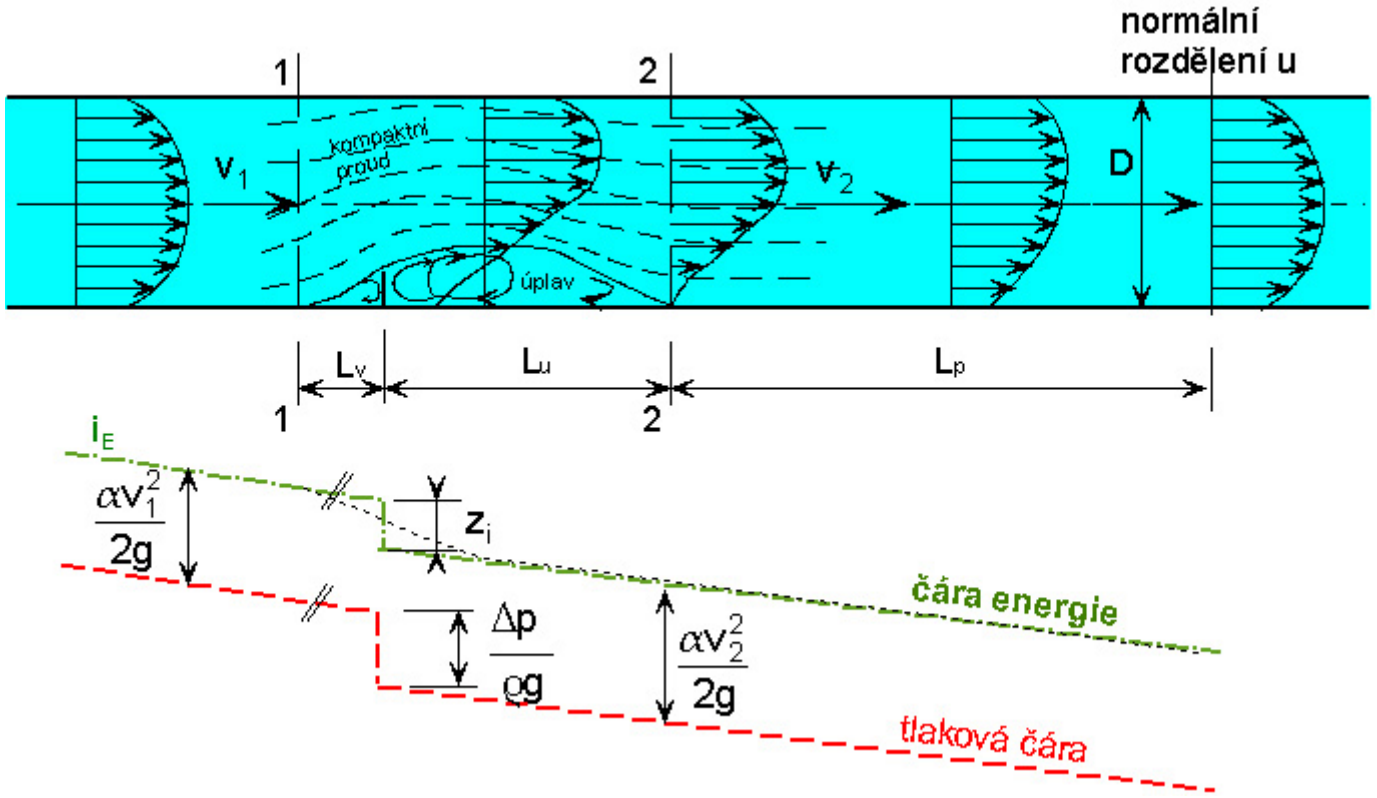
vyjádřením i_E s Darcy-Weisbachovy rovnice a z Chezyho rovnice dostaneme vztah mezi C a λ.

$$C = \sqrt{\frac{8 \cdot g}{\lambda}} \qquad \lambda = \frac{8 \cdot g}{C^2}$$

ZTRÁTY MÍSTNÍ

místní ztráty ⇔ důsledek deformace rychlostního pole

příčina ⇔ překážka v potrubí působící na proudění



délka úseku s ovlivněným prouděním $L=L_v+L_u+L_p$

Charakteristika jednotlivých úseků

L_v – vstupní úsek ⇔ délka úseku před překážkou, ve kterém je možné pozorovat deformaci rychlostního pole

L_u – úsek s úplavy ⇔ dochází k odtržení proudu os stěny potrubí, oblast intenzivních vírů (turbulence)

L_p – přechodový úsek ⇔ délka úseku za úsekem úplavu, kde se rychlostní pole postupně vyrovnává

ztráty místní se vytváří na celé délce

L≈řádově 10 až 100 D

$$L = L_v + L_u + L_p$$

!!! Výpočet místních ztrát v praxi : zjednodušení !!!

celková hodnota ztrátové výšky Z_m se přisoudí profilu překážky ⇒

oproti skutečnosti se čára energie snižuje v profilu překážky skokem

Výpočet ztrátové výšky

$$Z_m = \xi \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g} \quad [m]$$

ξ [-] - součinitel místní ztráty

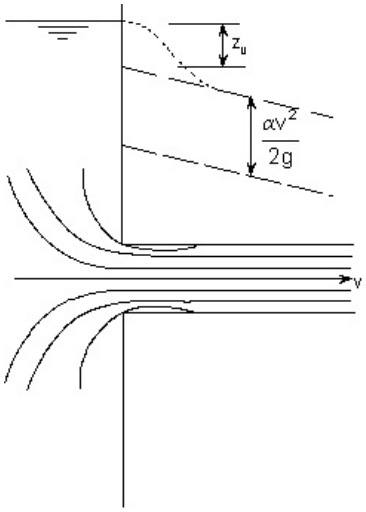
stanovení ξ zpravidla dle hydraul. tabulek

Typické objekty na potrubí s výskytem místních ztrát :

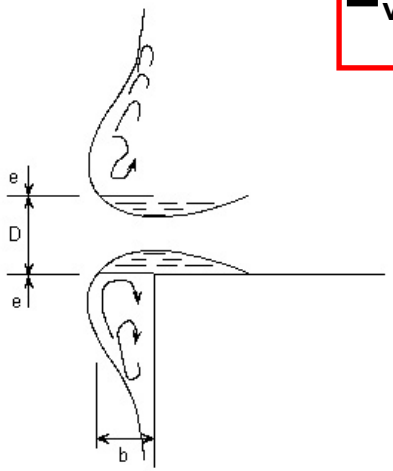
- vtok do potrubí
- náhlé zúžení a rozšíření průřezu potrubí
- postupné (kónické) zúžení a rozšíření průřezu
- změna směru potrubí (ostrá a oblouková kolena)
- tvarovky (rozdělení a spojení proudů)
- uzávěry pro regulaci průtoku (šoupata,klapky, kohouty, ventily)
- výtok z potrubí do nádrže
- clony, venturimetry, objemové vodoměry
- sací koše a jiné speciální objekty

Místní ztráta na vtoku do potrubí

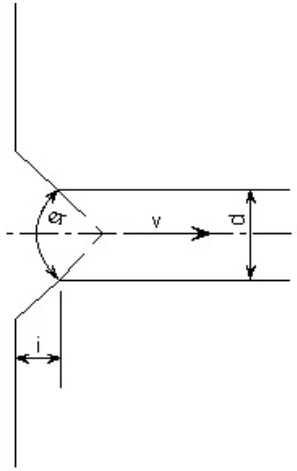
$$Z_{vt} = \xi_{vt} \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g}$$

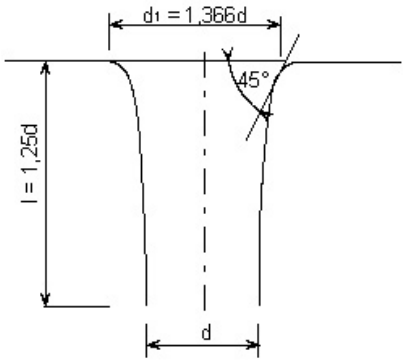


ostrá vstupní hrana



vysunutý vtok do nádrže



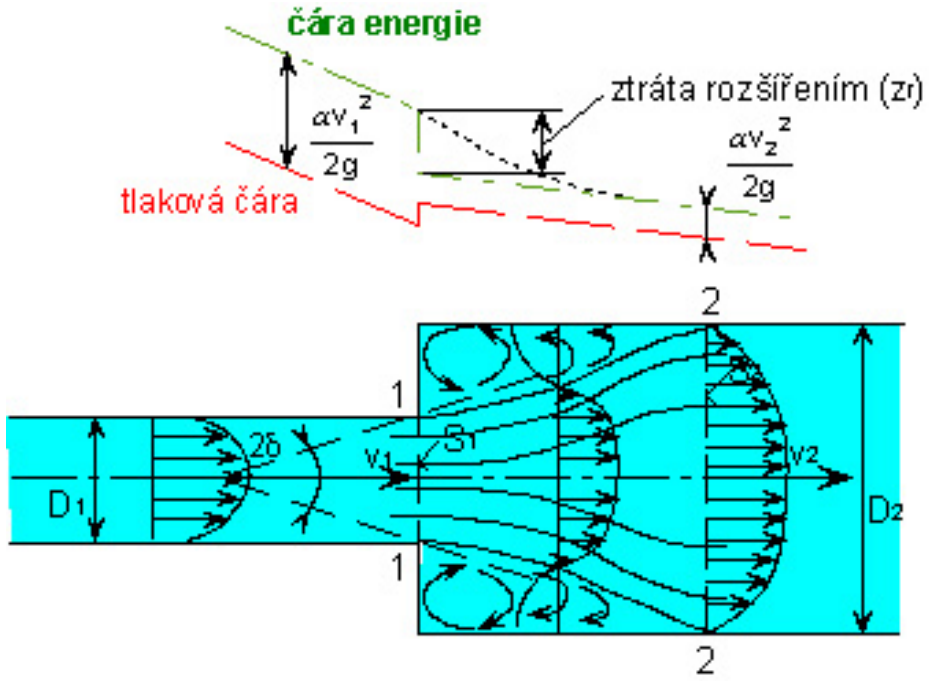


řešení hydraulicky vhodných vtoků do potrubí

Tabulka – hodnoty součinitele místní ztráty na vtoku pro různá konstrukční provedení vtoku

typ vtoku	platnost	ξ_{vt}
potrubí zasahuje do nádrže		0.8÷1.0
ostrá vstupní hrana		0.5
seříznutá vstupní hrana	L/D≈0.1	0.25
zaoblená vstupní hrana		0.20
kónicky rozšířený vtok	$2\sigma=(40\div80)°$ L/D=(0.2÷0.3)	0.13
kruhově zaoblený vtok	r=0.2·D	0.11
vtok dle Lískovce (strofoida)		0.04

Místní ztráta náhlým rozšířením potrubí (Bordova ztráta)



$$Z_{nr} = \xi_{nr2} \cdot \frac{v_2^2}{2 \cdot g} = \xi_{nr1} \cdot \frac{v_1^2}{2 \cdot g}$$

předpoklad: tlak v potrubí průměru D_1 před rozšířením je stejný jako tlak v potrubí průměru D_2 v profilu těsně za rozšířením

Odvození na základě věty o hybnosti a Bernoulliho rovnice

dle věty o hybnostech

$$\rho \cdot Q \cdot v_1 + p_1 \cdot S_2 = \rho \cdot Q \cdot v_2 + p_2 \cdot S_2$$

$$p_1 - p_2 = \frac{1}{S_2} \cdot \rho \cdot Q \cdot v_2 - \frac{1}{S_2} \cdot \rho \cdot Q \cdot v_1$$

$$p_1 - p_2 = \rho \cdot v_2^{\,2} - \rho \cdot v_1 \cdot v_2$$

Bernoulliho rovnice pro vodorovnou osu

$$\frac{p_1}{\rho \cdot g} + \frac{v_1^{\,2}}{2 \cdot g} = \frac{p_2}{\rho \cdot g} + \frac{v_2^{\,2}}{2 \cdot g} + Z_{nr}$$

$$p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^{\,2} = p_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^{\,2} + Z_{nr} \cdot \rho \cdot g$$

$$p_1 - p_2 = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^{\,2} - \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^{\,2} + Z_{nr} \cdot \rho \cdot g$$

porovnáním

$$\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^{\,2} - \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^{\,2} + Z_{nr} \cdot \rho \cdot g = \rho \cdot v_2^{\,2} - \rho \cdot v_1 \cdot v_2$$

$$Z_{nr} = \frac{1}{2 \cdot g} \cdot \left(v_2^{\,2} - 2 \cdot v_1 \cdot v_2 + v_1^{\,2} \right)$$

$$Z_{nr} = \frac{1}{2 \cdot g} \cdot \left(v_1 - v_2 \right)^2$$

$$Z_{nr} = \frac{1}{2 \cdot g} \cdot (v_1 - v_2)^2, \quad v_1 \cdot S_1 = v_2 \cdot S_2 \Rightarrow v_1 = \frac{v_2 \cdot S_2}{S_1}$$

$$Z_{nr} = \frac{1}{2 \cdot g} \cdot \left(\frac{v_2 \cdot S_2}{S_1} - v_2 \right)^2$$

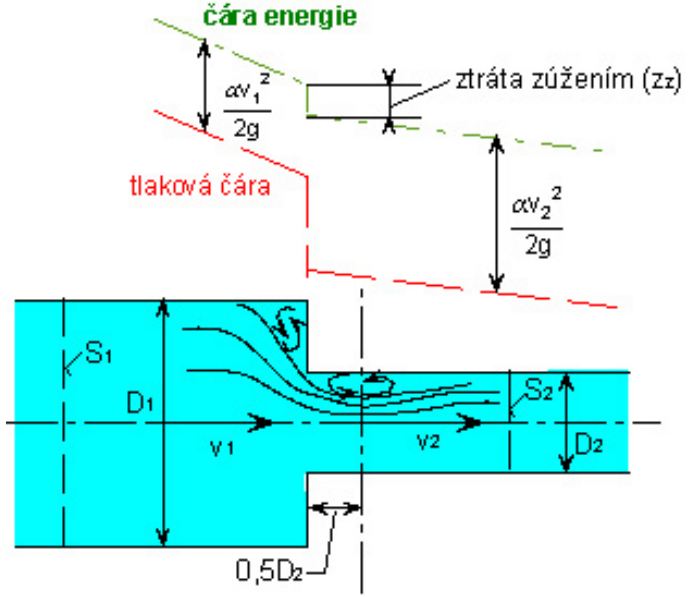
$$Z_{nr} = \frac{1}{2 \cdot g} \cdot v_2^2 \left(\frac{S_2}{S_1} - 1 \right)^2$$

$$\xi_{nr} = \left(\frac{S_2}{S_1} - 1 \right)^2 = \left(\frac{D_2^2}{D_1^2} - 1 \right)^2$$

Tabulka – hodnoty součinitele místní ztráty náhlého rozšíření

D_2/D_1	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0	3.0
S_2/S_1	1.0	1.44	1.96	2.56	3.24	4.0	9.0
ξ_{nr}	0	0.194	0.922	2.434	5.018	9.0	64.0

Místní ztráta náhlým zúžením potrubí



$$Z_{nz} = \xi_{nz} \cdot \frac{v_2^2}{2 \cdot g}$$

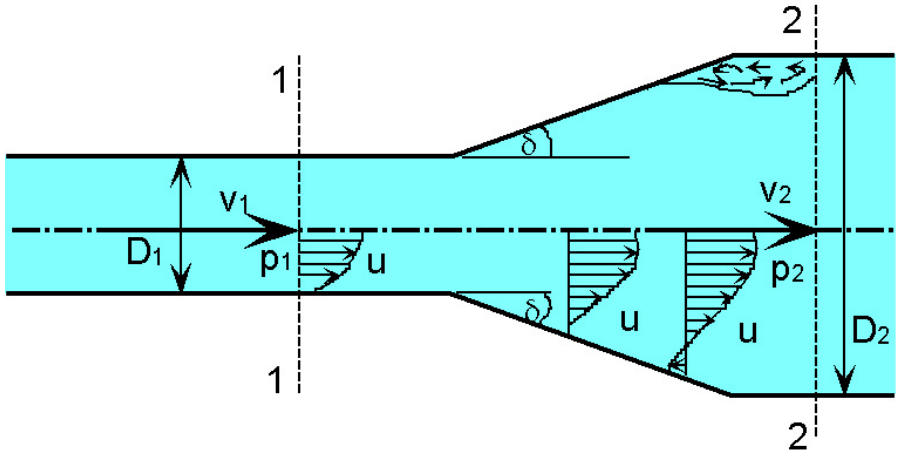
$$\xi_{nz} = fce\left(\frac{S_2}{S_1}\right)$$

$$\xi_{nz} = \left(\frac{1}{\varepsilon} - 1\right)^2 \quad \text{kde} \quad \varepsilon = 0.57 + \frac{0.043}{1.1 - \frac{S_2}{S_1}}$$

Tabulka – hodnoty součinitele místní ztráty náhlého zúžení

D_2/D_1	0.95	0.89	0.83	0.775	0.71	0.63	0.55	0.45	0.32
S_2/S_1	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5	0.4	0.3	0.2	0.1
ξ_{nz}	0.075	0.16	0.23	0.275	0.31	0.34	0.36	0.38	0.40
Tullis	0.01	0.062	0.10	0.164	0.22	0.27	0.31	0.34	0.36
Douglas			0.14		0.24		0.34		0.41

Místní ztráta kónickým rozšířením potrubí



$$Z_{kr} = \xi_{kr} \cdot \frac{v_2^2}{2 \cdot g}$$

$$\xi_{kr} = fce\left(\frac{S_2}{S_1}; \delta\right)$$

Tabulka – hodnoty součinitele místní ztráty kónického rozšíření

S_2/S_1	1.5	2.0	2.5	3.0	4.0	6.0	8.0
$2\cdot\delta=5°$	0.03	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.10
$2\cdot\delta=10°$	0.02	0.05	0.06	0.07	0.08	0.10	0.12
$2\cdot\delta=15°$		0.06	0.08	0.10	0.13	0.17	0.20
$2\cdot\delta=20°$					0.17	0.20	0.23

Místní ztráta kónickým zúžením potrubí

$$Z_{kz} = \xi_{kz} \cdot \frac{v_2^2}{2 \cdot g} \qquad \xi_{kz} = fce(\delta)$$

Tabulka – hodnoty součinitele místní ztráty kónického zúžení

$2 \cdot \delta$	5°	7°	10°	20°	30°	60°
ξ_{kz}	0.06	0.12	0.16	0.20	0.24	0.32

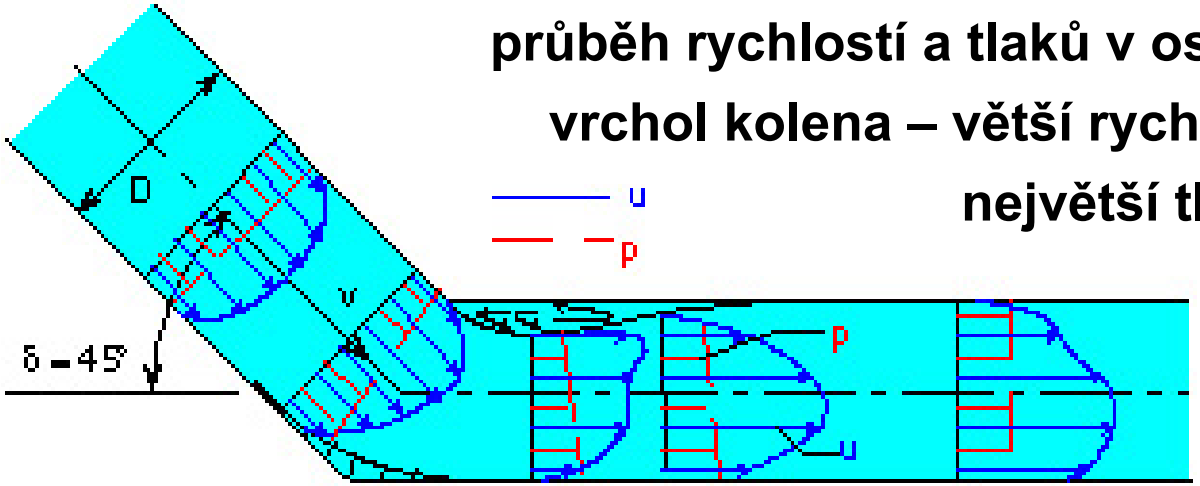
Místní ztráta na výtoku z potrubí do nádrže

$$Z_{vy} = \xi_{vy} \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g} \qquad \xi_{vy} = 1$$

v - rychlost proudění v potrubí před výtokem do nádrže

Místní ztráta změnou směru

- **ostrá kolena**



průběh rychlostí a tlaků v ostrém kolenu

vrchol kolena – větší rychlosti u vnitřní stěny

největší tlaky u vnější stěny

$$Z_{os} = \xi_{os} \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g}$$

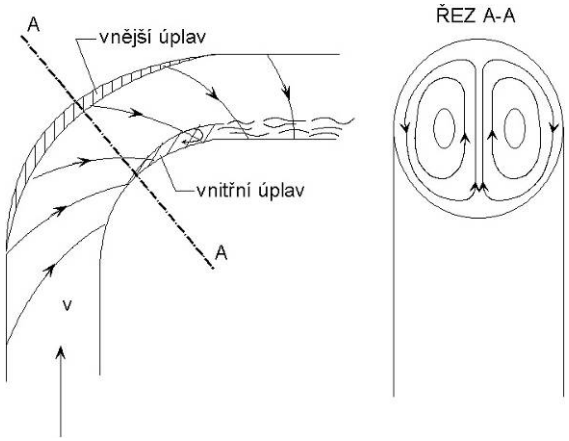
$$\xi_{os} = \mathrm{fce}(\delta)$$

Tabulka – hodnoty součinitele místní ztráty ostrého kolena

δ	15	30	45	60	90
ξ_{os} – hladká potrubí	0.04	0.13	0.24	0.47	1.13
ξ_{os} – drsná potrubí	0.06	0.17	0.32	0.68	1.27

- **oblouková kolena**

$$Z_{os} = \xi_{os} \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g} \qquad \xi_{os} = fce\left(\delta; \frac{r_o}{D}\right)$$



charakter proudění v obloukové kolenu:

největší rychlosti u vnitřní stěny, největší tlaky u vnější stěny

úplavy - vnější u vrcholu oblouku, vnitřní na konci oblouku

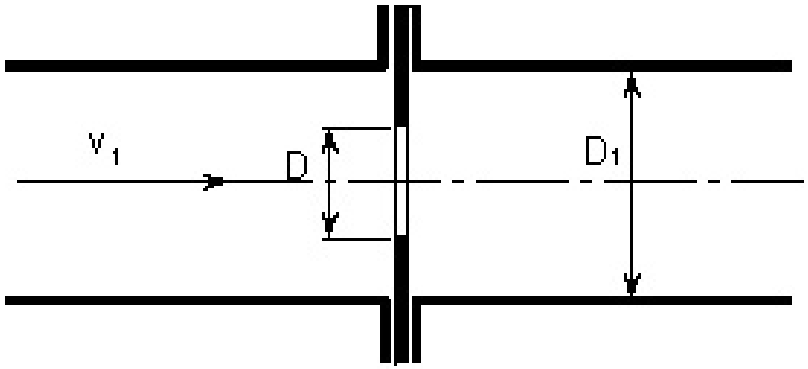
dvojitě spirálovité proudění

Tabulka – hodnoty součinitele místní ztráty čtvrtkruhového oblouku

r_o/D	1.0	1.5	2.0	4.0	6.0	10.0	20.0
ξ_{os} – hladká potrubí	0.21	0.17	0.15	0.11	0.09	0.07	0.05
ξ_{os} – drsná potrubí	0.42	0.34	0.30	0.22	0.18	0.14	0.10

Místní ztráty na objektech určených ke zjišťování („měření“) průtoku

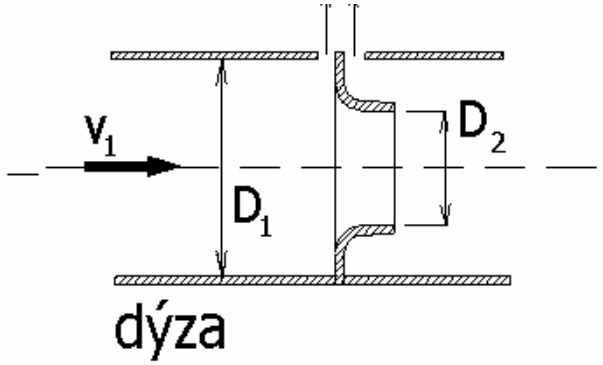
clona – do potrubí vložen tenký profil s průměrem D menším než průměr potrubí D_1



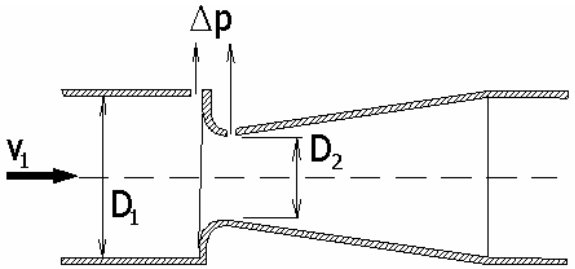
$$Z_{cl} = \xi_{cl} \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g} = \xi_{cl} \cdot \frac{Q^2}{2 \cdot g \cdot S^2} = \frac{p_1 - p_2}{\rho \cdot g}$$

$$\xi_{cl} = \mathrm{fce}\left(\frac{D}{D_1}\right)$$

dýza – výpočet ztráty obdobný jako u clony



venturimetr



venturimetr

princip funkce – do potrubí vložen objekt s obloukovým zúžením a kónickým rozšířením potrubí

- měření rozdílů tlaků mezi profily

aplikace rovnice Bernoulliho

$$h_1 + \frac{p_1}{\rho \cdot g} + \frac{\alpha \cdot v_1^2}{2 \cdot g} = h_2 + \frac{p_2}{\rho \cdot g} + \frac{\alpha \cdot v_2^2}{2 \cdot g} + \xi_{ve} \cdot \frac{v_2^2}{2 \cdot g}$$

pro vodorovné potrubí $h_1=h_2$

$$v_1 = v_2 \cdot \frac{S_2}{S_1} = v_2 \cdot m$$

$$\frac{\Delta p}{\rho \cdot g} = \Delta H$$

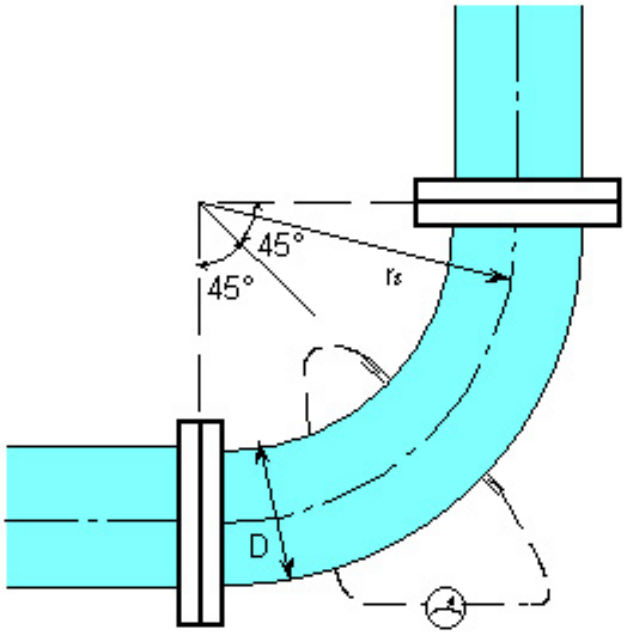
$$2 \cdot g \cdot \Delta H = v_2^2 \cdot \left(\alpha \cdot \left(1 - m^2\right) + \xi_{ve}\right)$$

$$v_2 = \frac{\sqrt{2 \cdot g \cdot \Delta H}}{\sqrt{\alpha \cdot \left(1 - m^2\right) + \xi_{ve}}}$$

$$v_2 = \mu_v \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot \Delta H} \Rightarrow Q = v_2 \cdot S_2$$

kolenový průtokoměr – měření tlaků na vnějším a vnitřním oblouku kolena v jeho vrcholu

$$Q = fce\left(\frac{p_{vne} - p_{vni}}{\rho \cdot g}; \frac{r_o}{D}\right)$$



$$Q = c \cdot S \cdot \sqrt{\frac{r_o}{D} \cdot \frac{p_{vne} - p_{vni}}{\rho \cdot g}} = c \cdot S \cdot \sqrt{\frac{r_o}{D} \cdot \frac{\Delta p}{\rho \cdot g}}$$

součinitel c ⇔ stanovený cejchováním

Místní ztráty na uzávěrech

uzávěry – slouží k zastavení nebo regulaci průtoku

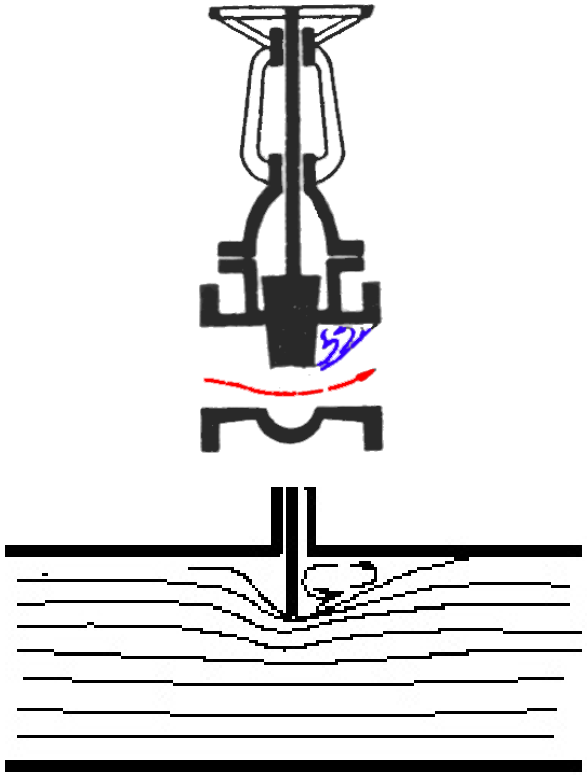
$$Z_{uz} = \xi_{uz} \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g} \qquad \xi_{uz} = \text{fce}(\text{konstrukční typ, velikost otevření})$$

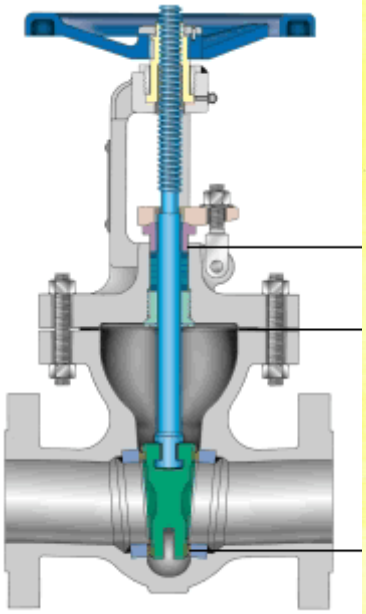
!!! Pro některé typy $\xi_{uz} \neq 0$ i při plném otevření uzávěru!!!

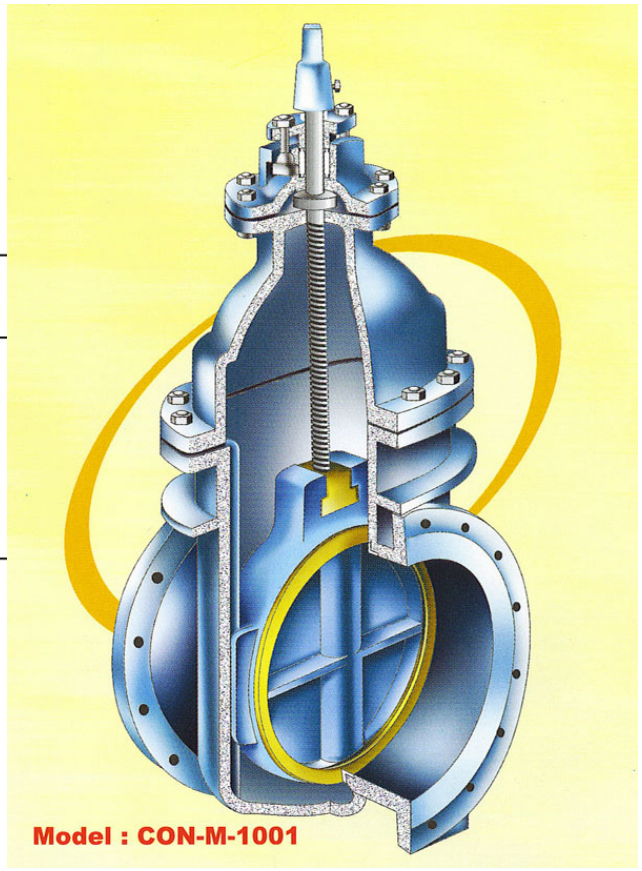
základní konstrukční typy uzávěrů :

- **šoupata**
- **ventily**
- **kohouty**
- **klapky**
- **jehlové uzávěry**
- **zpětné klapky**

Šoupata



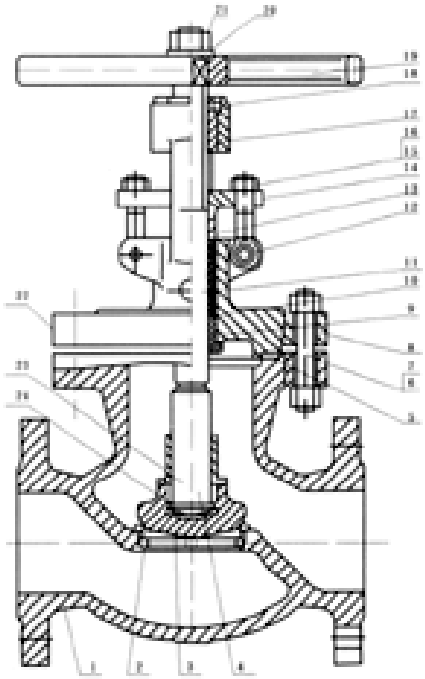


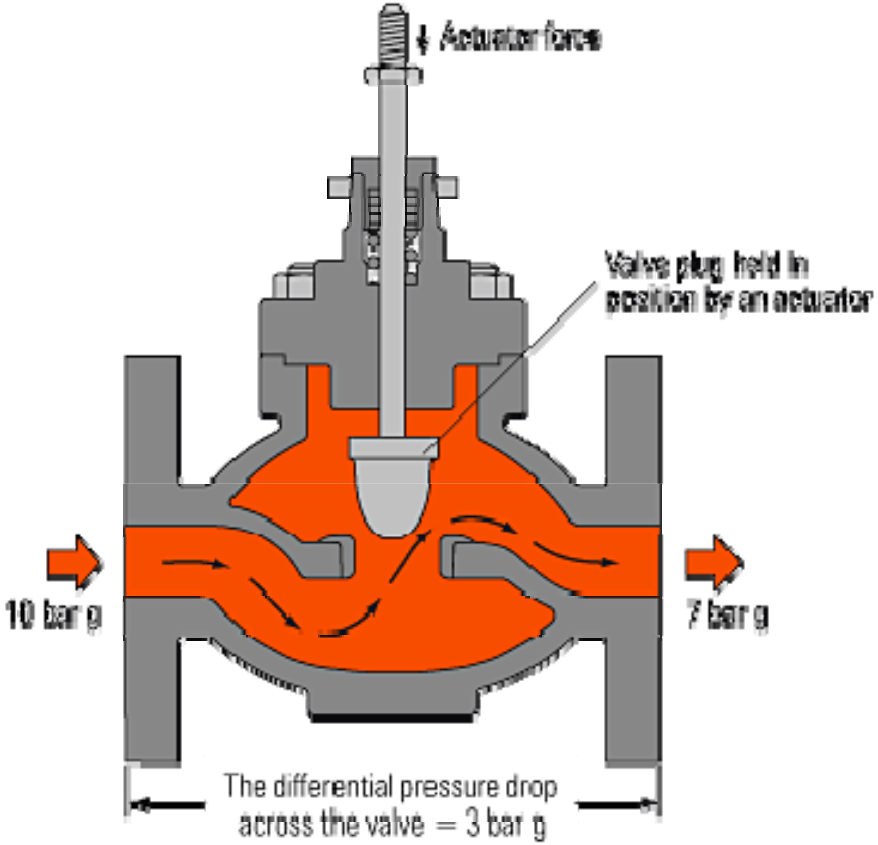


princip funkce – plochý prvek zajíždí do drážky v potrubí kolmé na směr potrubí

– prvek spojen s osičkou zakončenou šroubovým závitem ⇒ změna polohy

Ventily





princip funkce – lokální změna směru proudění v komoře ventilu z podélného na svislý

– osově souměrný prvek dosedá na vodorovný kruhový otvor v komoře

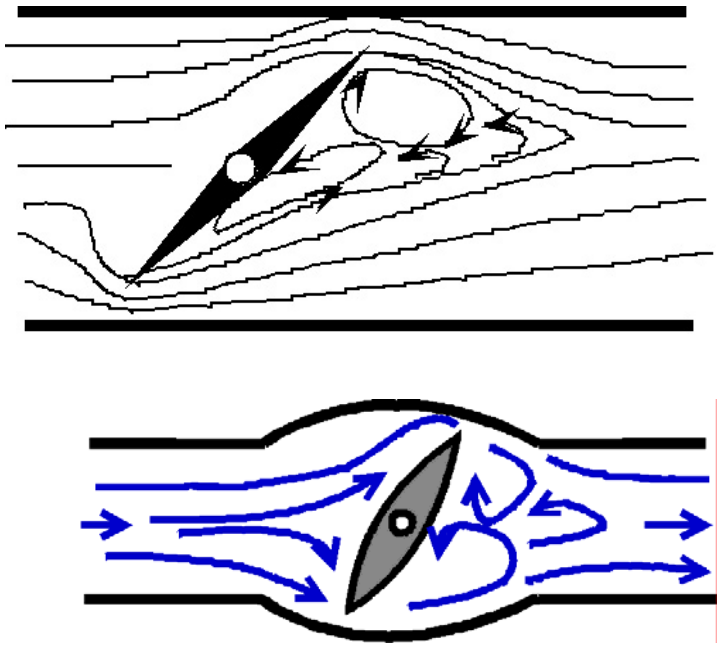
– součinitel místní ztráty $\xi_{uz} \neq 0$ i při plném otevření

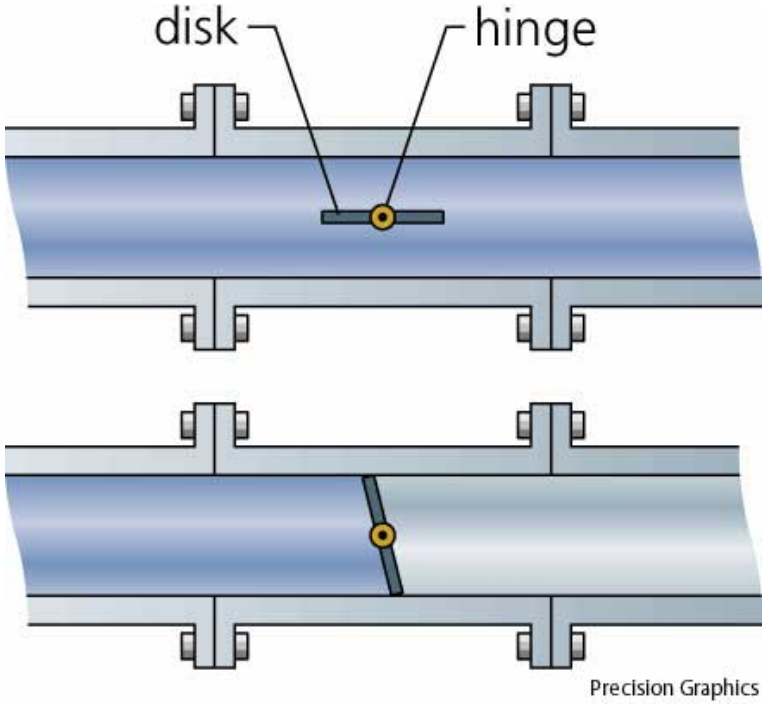
Kohouty (kulové)

princip funkce – v prostoru kohoutu kulová komora, v ní umístěn kulový prvek s válcovým otvorem

– osa válce rovnoběžná s osou proudění ⇒ plné otevření kohoutu, regulace průtoku otáčením kolem osy kolmé na potrubí

Klapky



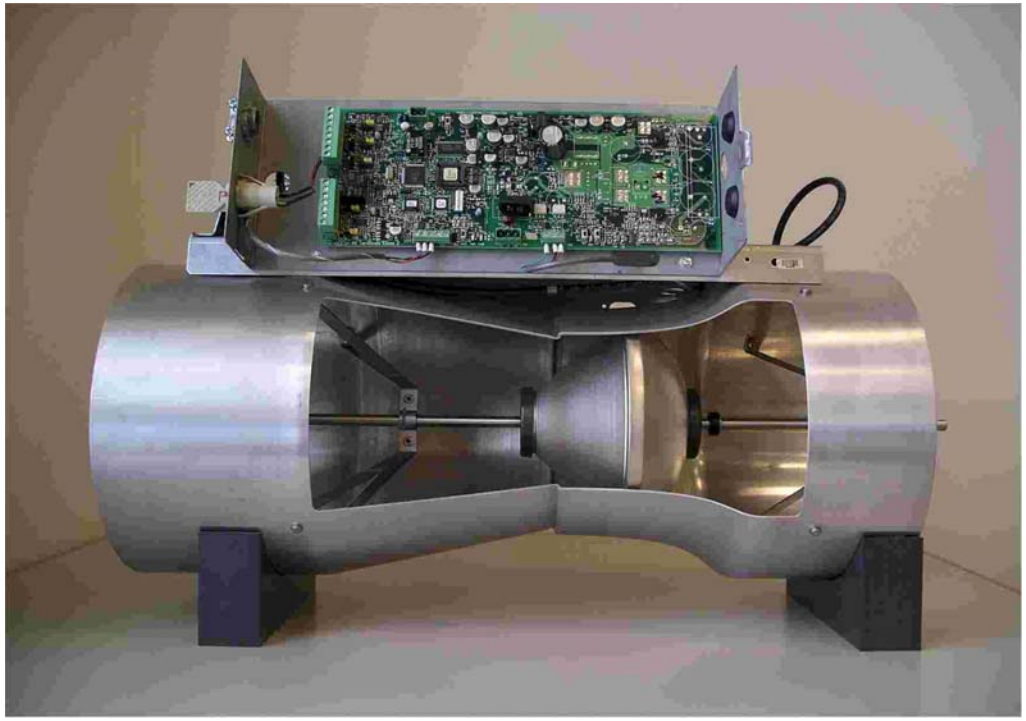


princip funkce:

– kruhový plochý (čočkový) prvek s osou otáčení kolmou na směr proudění

– uzávěr plně otevřený v případě rovnoběžné polohy čočky se směrem proudění

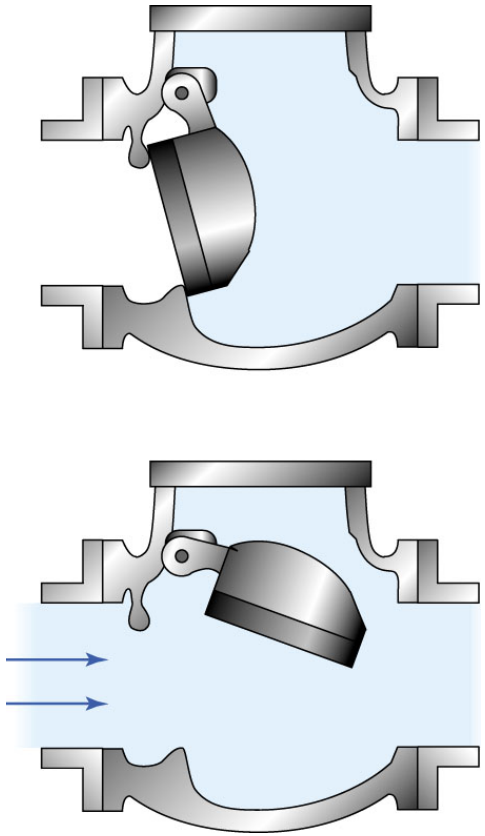
Jehlové uzávěry



princip funkce – v místě uzávěru zúžený profil potrubí (kónické zúžení a následně rozšíření)

– kuželové těleso s osou totožnou s osou potrubí, pohyb kužele ve směru osy, uzavření uzávěru ⇔ dosednutí kužele na zúžený profil

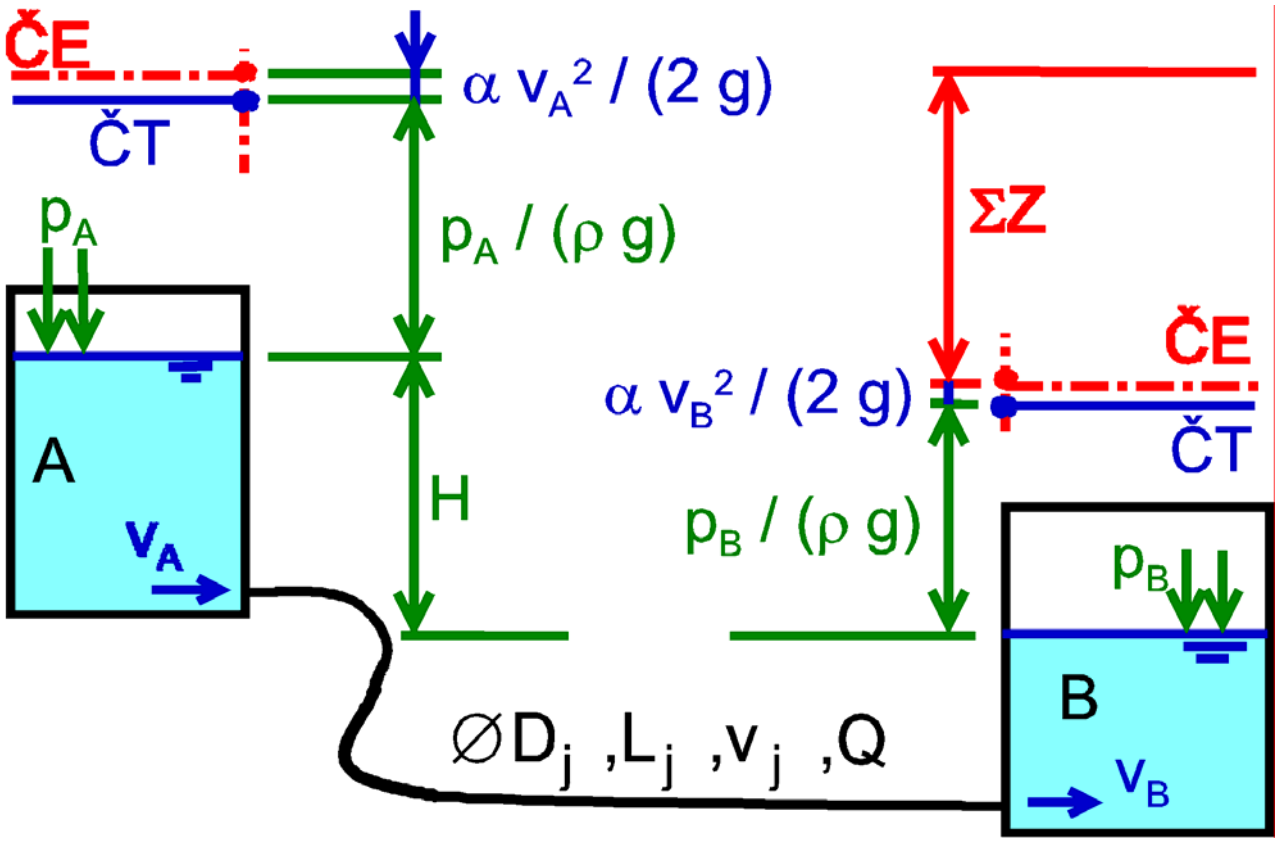
Zpětné klapky



princip funkce - zpětná klapka umožňuje proudění výhradně v jednom směru

- klapka s osou otáčení mimo osu potrubí, proud v jednom směru odklopí klapku z průtočného profilu, v druhém směru naopak uzavře profil

Základní schéma výpočtu potrubí



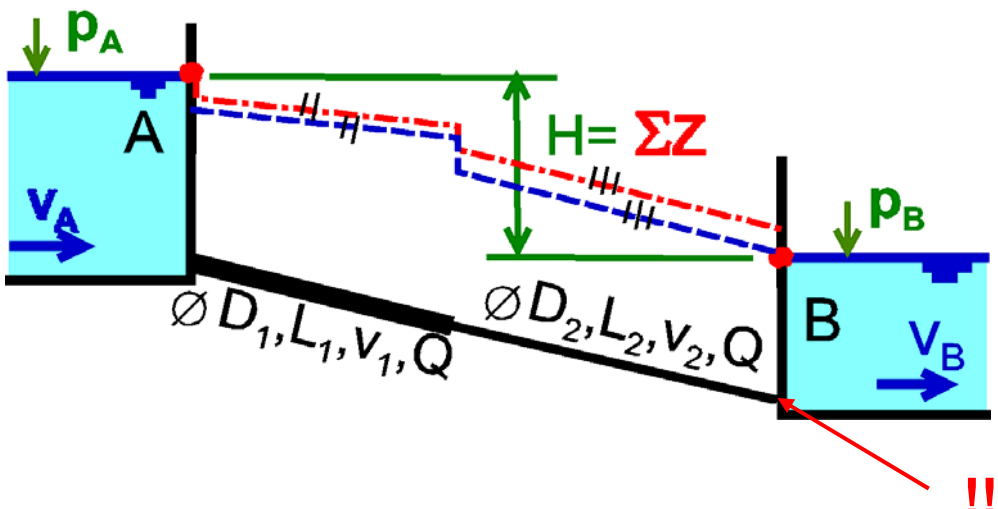
ČE ≠ ČT

RB:

$$H + \frac{p_A}{\rho \cdot g} + \frac{\alpha \cdot v_A^2}{2 \cdot g} = \frac{p_B}{\rho \cdot g} + \frac{\alpha \cdot v_B^2}{2 \cdot g} + \Sigma Z$$

$$Z_j = Z_{tj} + \Sigma Z_{mj} \qquad \Sigma Z = \sum_j \left(Z_{tj} + \Sigma Z_{mj} \right)$$

• **otevřené a velké nádrže**



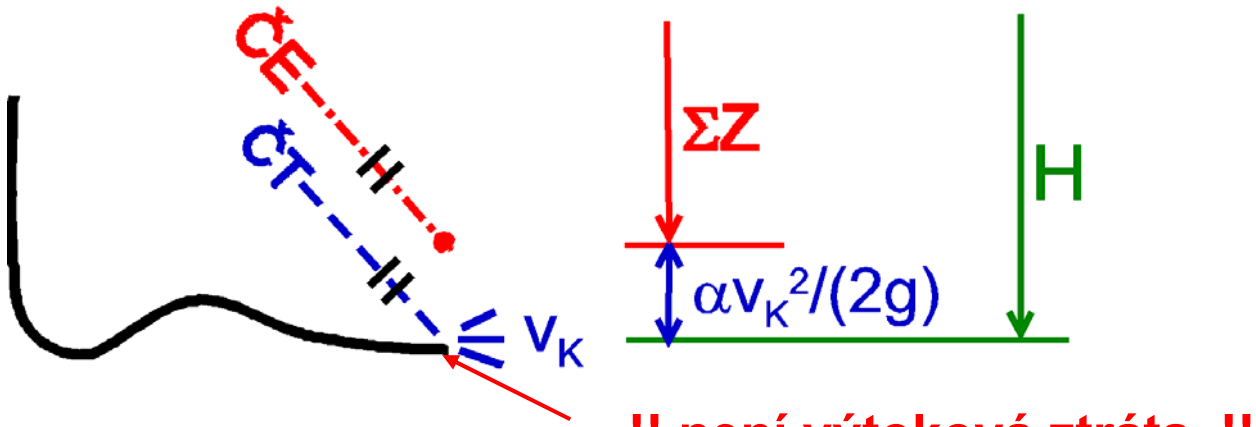
!! výtoková ztráta !!

na hladině nádrží působí atmosférický tlak $p_A = p_B = p_a$

zanedbatelné rychlosti proudění v nádržích $v_A \approx 0 \quad v_B \approx 0$

RB: $$H + \frac{p_A}{\rho \cdot g} + \frac{\alpha \cdot v_A^2}{2 \cdot g} = \frac{p_B}{\rho \cdot g} + \frac{\alpha \cdot v_B^2}{2 \cdot g} + \Sigma Z \quad \Rightarrow \quad \boxed{H = \Sigma Z}$$

- **výtok z potrubí do volna**



!! není výtoková ztráta !!

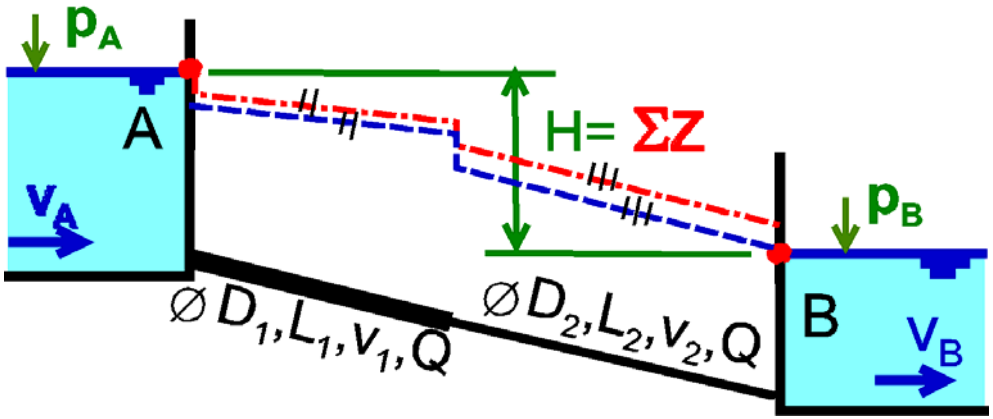
na hladinu nádrže před vtokem i na výtokový paprsek působí atmosférický tlak $p_A = p_V = p_a$

zanedbatelná rychlost proudění v nádrži A před vtokem $v_A \approx 0$

nezanedbatelná rychlost proudění výtokového paprsku $v_V \neq 0$

RB: $$H + \frac{p_A}{\rho \cdot g} + \frac{\alpha \cdot v_A^2}{2 \cdot g} = \frac{p_V}{\rho \cdot g} + \frac{\alpha \cdot v_V^2}{2 \cdot g} + \Sigma Z \quad \Rightarrow \quad \boxed{H = \frac{\alpha \cdot v_V^2}{2 \cdot g} + \Sigma Z}$$

- **výpočet sériového potrubí**



RK : obecně pro n úseků $v_1 = \frac{Q}{S_1}$ $v_2 = \frac{Q}{S_2}$ ..... $v_n = \frac{Q}{S_n}$

úsek 1: ∅D_1, L_1, Q, v_1 $\Rightarrow$ $$Z_1 = Z_{t1} + \sum_{i=1}^{k} Z_{m1i} = \lambda_1 \cdot \frac{L_1}{D_1} \cdot \frac{v_1^2}{2 \cdot g} + \left(\sum_{i=1}^{k} \xi_{1i} \right) \cdot \frac{v_1^2}{2 \cdot g} =$$

$$= \left(\lambda_1 \cdot \frac{L_1}{D_1} + \sum_{i=1}^{k} \xi_{1i} \right) \cdot \frac{Q^2}{2 \cdot g \cdot S_1^2} = \left(\lambda_1 \cdot \frac{L_1}{D_1} + \sum_{i=1}^{k} \xi_{1i} \right) \cdot \frac{8 \cdot Q^2}{g \cdot \pi^2 \cdot D_1^4}$$

$$\Sigma Z = \sum_{j=1}^{n} Z_j = \sum_{j=1}^{n} \left(Z_{tj} + \Sigma Z_{mj} \right) = Q^2 \cdot \frac{8}{g \cdot \pi^2} \cdot \sum_{j=1}^{n} \frac{1}{D_j^4} \cdot \left(\lambda_j \cdot \frac{L_j}{D_j} + \sum_{i=1}^{k} \xi_{ji} \right)$$

Různé scénáře výpočtu potrubí:

- **známé potrubí (L_j, D_j, Δ_j), známý rozdíl hladin $H=\Sigma Z$ mezi nádržemi**

  $\Rightarrow$ Q=?

  Q=? $\Rightarrow$ v=? $\Rightarrow$ Re=? $\Rightarrow$ oblast proudění ? $\Rightarrow$ λ=?

  postup výpočtu :

1. předpoklad proudění v kvadratické oblasti ztrát ve všech úsecích

$\Rightarrow$ odhad $\lambda' = \text{fce}\left(\frac{\Delta}{D}\right)$

2. řešení Bernoulliho rovnice $H = \sum Z = \text{fce}\left(Q'^2\right)$ **$\Rightarrow$ Q′**

3. Q′ $\Rightarrow$ v′ $\Rightarrow$ Re′

4. posouzení předpokladu ve všech úsecích

- splnění předpokladu ve všech úsecích $\Rightarrow$ Q=Q′ $\Leftrightarrow$ konec výpočtu

- nesplnění předpokladu v některém z úseků $\Rightarrow$ iterační postup

5. $Re'' \Rightarrow$ zpřesnění odhadu $\lambda'' = \text{fce}\left(Re'; \frac{\Delta}{D}\right)$

opakované řešení Bernoulliho rovnice $\Rightarrow Q''$

- $Q'' \approx Q' \Rightarrow Q = Q'' \Leftrightarrow$ konec výpočtu

- $Q'' \neq Q' \Rightarrow v'' \Rightarrow Re'' \Rightarrow \lambda''' \Rightarrow BR \Rightarrow Q'''$

opakování postupu až je dosaženo dostatečné shody mezi 2 kroky iteračního postupu

aplikace v praxi :

výpočet kapacity potrubí při proudění

- **známé potrubí (L_j, D_j, Δ_j), známý průtok Q $\Rightarrow$ ΣZ=?**

  Q $\Rightarrow$ v $\Rightarrow$ Re $\Rightarrow$ $\lambda = \text{fce}\left(\text{Re}; \frac{\Delta}{D}\right)$

postup výpočtu

řešení Bernoulliho rovnice : $\sum Z = \text{fce}\left(Q^2\right)$

řešení bez iteračního postupu

aplikace v praxi

posouzení tlakových poměrů na provozovaném potrubí

• známý průtok Q, požadované tlakové poměry $\Rightarrow \Sigma Z \approx H$

návrh potrubí $\Leftrightarrow D_j, L_j, \Delta_j$

postup výpočtu

Q, D $\Rightarrow$ v $\Rightarrow$ Re $\Rightarrow$ $\quad \lambda = \text{fce}\left(\text{Re}; \frac{\Delta}{D}\right)$

aplikace Bernoulliho rovnice : $\quad \Sigma Z' = \text{fce}(Q^2)$

řešení bez iteračního postupu

návrh potrubí splňuje hydraulické požadavky pro $\Sigma Z' < \Sigma Z$

pro $\Sigma Z' << \Sigma Z$ návrh není ekonomický – zbytečně velké D $\Rightarrow$

posouzení jiného návrhu s menšími D

Aplikace v praxi :

návrh vodovodního potrubí pro zásobování pitnou vodou, …

Posouzení tlakových poměrů ve vybraných profilech potrubí

základní přístupy řešení

- **v absolutních tlacích**

  přetlak v potrubí $\frac{p}{\rho \cdot g} > 10$ **m v.s.** **podtlak v potrubí** $\frac{p}{\rho \cdot g} < 10$ **m v.s.**

  teoretické minimum (vakuum) $\frac{p_{min}}{\rho \cdot g} = 0$ **m v.s.**

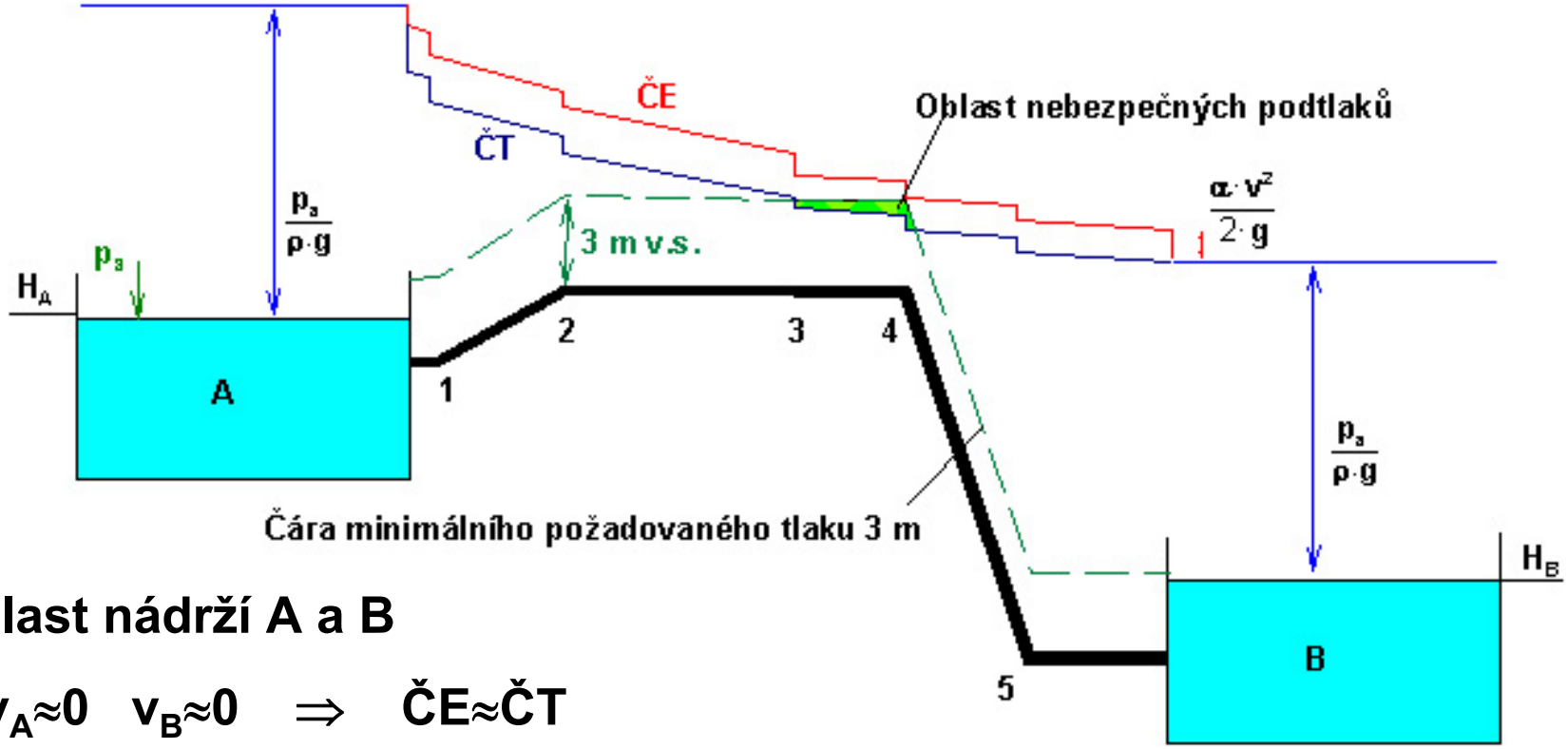
  požadované minimum $\frac{p}{\rho \cdot g} > 2 \div 4$ **m v.s.**

  při nesplnění ⇔ přerušení vodního sloupce, kavitace

- **v relativních tlacích**

  přetlak $\frac{p_p}{\rho \cdot g} > 0$ **m v.s.** **podtlak** $\frac{p_{va}}{\rho \cdot g} < 0$ **m v.s.** **požadované minimum** $\frac{p_{vamin}}{\rho \cdot g} \approx -6 \div -8$ **m v.s.**

Posouzení tlakových poměrů v absolutních tlacích



oblast nádrží A a B

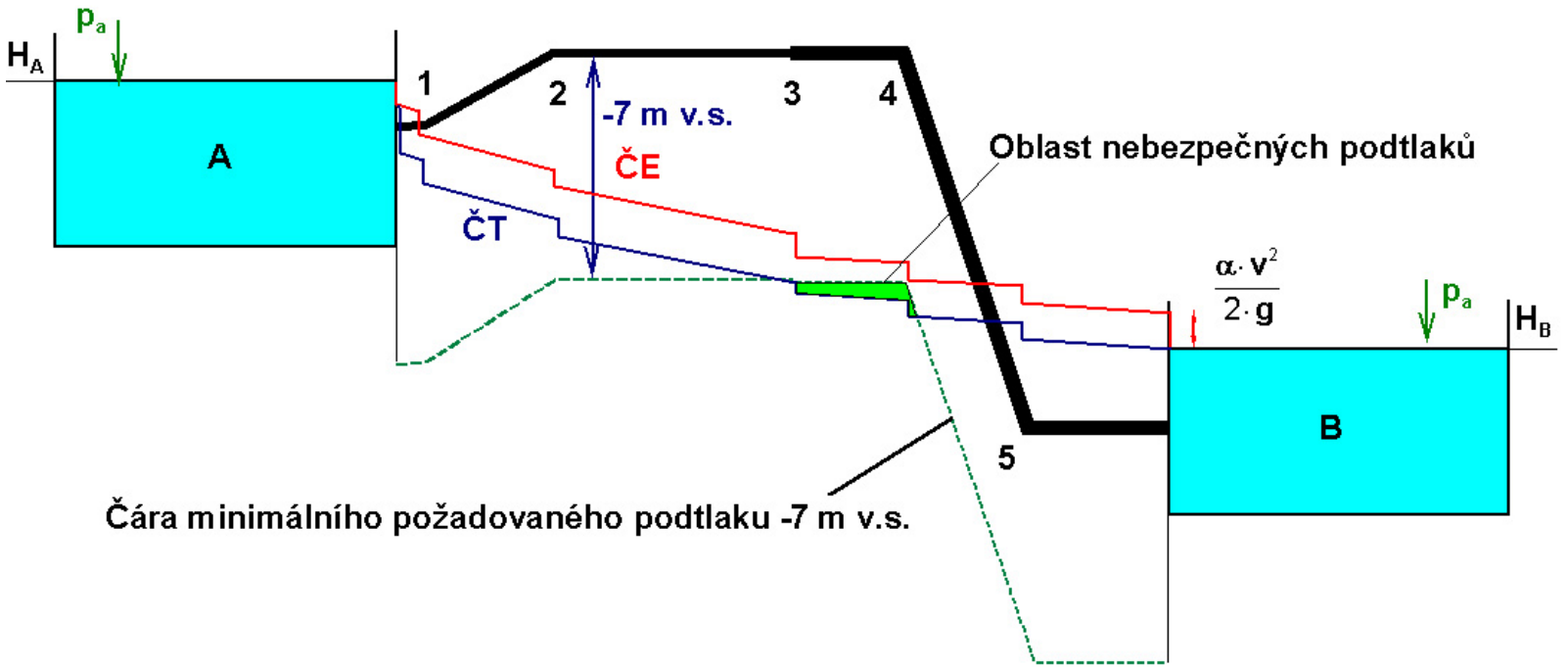
$v_A \approx 0 \quad v_B \approx 0 \quad \Rightarrow \quad$ ČE≈ČT

určení absolutního tlaku v profilu 2 – řešení Bernoulliho rovnice

$$H_A + \frac{p_a}{\rho \cdot g} = H_2 + \frac{p_2}{\rho \cdot g} + \frac{\alpha \cdot v_2^2}{2 \cdot g} + \sum Z_{A2} \Rightarrow \frac{p_2}{\rho \cdot g} = H_A - H_2 + \frac{p_a}{\rho \cdot g} - \frac{\alpha \cdot v_2^2}{2 \cdot g} - \sum Z_{A2}$$

nebezpečné profily $\frac{p_i}{\rho \cdot g} < (2 \div 4)$ m v.s.

Posouzení tlakových poměrů v relativních tlacích



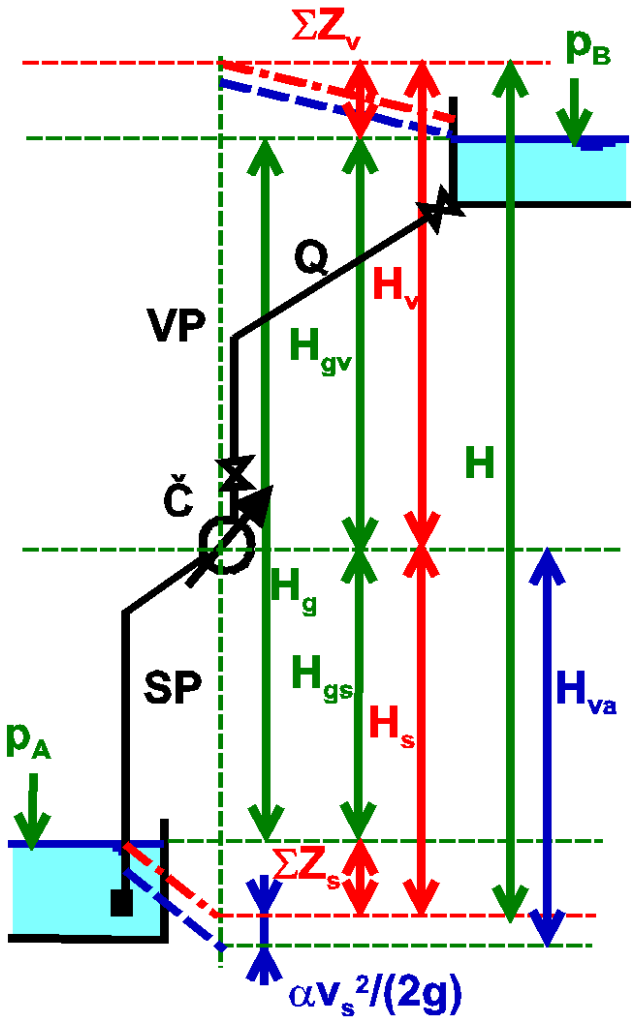
oblast nádrží A a B $v_A \approx 0$ $v_B \approx 0$ $\Rightarrow$ **ČE≈ČT**

určení podtlaku v profilu 4 – řešení Bernoulliho rovnice

$$H_A = H_4 + \frac{p_{va4}}{\rho \cdot g} + \frac{\alpha \cdot v_2^2}{2 \cdot g} + \sum Z_{A4} \Rightarrow \frac{p_{va4}}{\rho \cdot g} = H_A - H_2 - \frac{\alpha \cdot v_4^2}{2 \cdot g} - \sum Z_{A4}$$

nebezpečné profily $\frac{p_{vai}}{\rho \cdot g} < (-6 \div -8)$ **m v.s.**

SOUSTAVA POTRUBÍ - ČERPADLO



Geodetický spád:

$$H_g = H_{gs} + H_{gv}$$

H_g – celkový geodetický spád

H_{gs} – geodetická sací výška

H_{gv} – geodetická výtlačná výška

Dopravní výška:

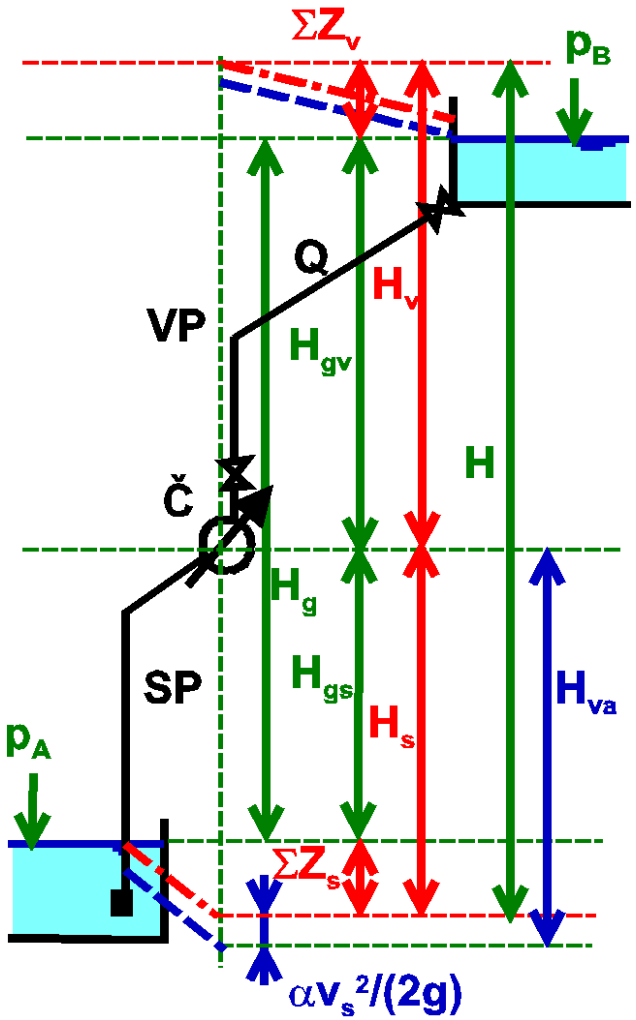
$$H = H_s + H_v = (H_{gs} + \Sigma Z_s) + (H_{gv} + \Sigma Z_v)$$

ΣZ_s: tření, sací koš, zpětná klapka, koleno, oblouky vždy jako krátké potrubí

ΣZ_v: tření, uzávěry, … krátké nebo dlouhé

$$H = H_g + \Sigma Z_s + \Sigma Z_v = H_g + \Sigma Z$$

Posouzení vakuometrické výšky:



$$H_{va} = \left|\frac{p_{va}}{\rho \cdot g}\right| = H_{gs} + \Sigma Z_S + \frac{\alpha \cdot v_s^2}{2 \cdot g}$$

orientačně $H_{va} < (6 \div 8)$ m v. sl.

absolutní tlak na vtoku do čerpadla

$$\frac{p_{č}}{\rho \cdot g} = \frac{p_a}{\rho \cdot g} - H_{gs} - \sum Z_s - \frac{\alpha \cdot v_s^2}{2 \cdot g}$$

měrná energie č. : $Y = g \cdot H$ [J·kg^{-1}]

$$\Delta Y = \frac{p_{č}}{\rho} + \frac{\alpha \cdot v_{č}^2}{2} - \frac{p_{np}}{\rho} \geq \Delta Y_{č}$$

kavitační rezerva — min. kav. rez. č.

p_{np}… tlak nasycených vodních par pro T°

Jmenovité charakteristiky čerpadla:

$Q_n, H_n, Y_n, \eta_n, \Delta y_{čn}, P_n$ $\qquad \eta_n = \eta_{max}$

Příkon:

$$P = \frac{\rho \cdot g \cdot Q \cdot H}{\eta} = \frac{\rho \cdot g \cdot Y}{\eta} \quad [W]$$

Účinnost:

$\eta = \eta_č \cdot \eta_m$

$(\eta_č \sim 0{,}3 \div 0{,}9)$

charakteristika potrubí

$$H = H_g + \sum Z = H_g + Q^2 \cdot \frac{8}{g \cdot \pi^2} \cdot \sum_{j=1}^{n} \frac{1}{D_j^4} \cdot \left(\lambda_j \cdot \frac{L_j}{D_j} + \sum_{i=1}^{k} \xi_{ji} \right)$$

H roste s Q
≈ parabola

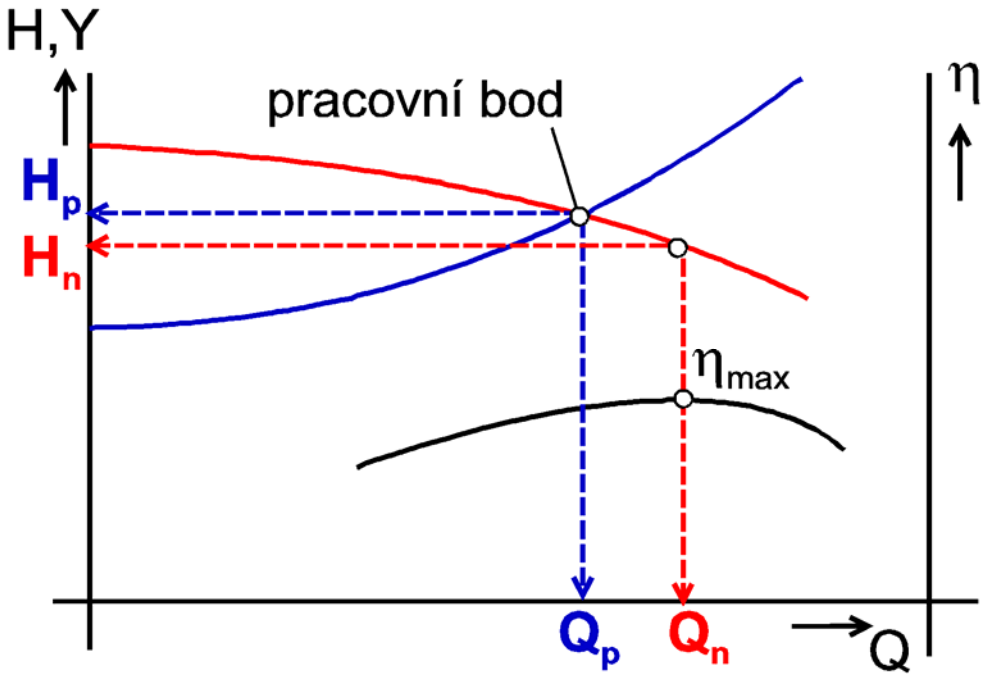
hlavní charakteristika čerpadla

H=fce(Q) ⇔ H klesá s Q – hodnoty dány výrobcem

účinnost

η=fce(Q) ⇔ η s růstem Q nejprve roste, od η_{max} klesá
hodnoty účinnosti v závislosti na Q dány výrobcem

Pracovní bod soustavy potrubí - čerpadlo:



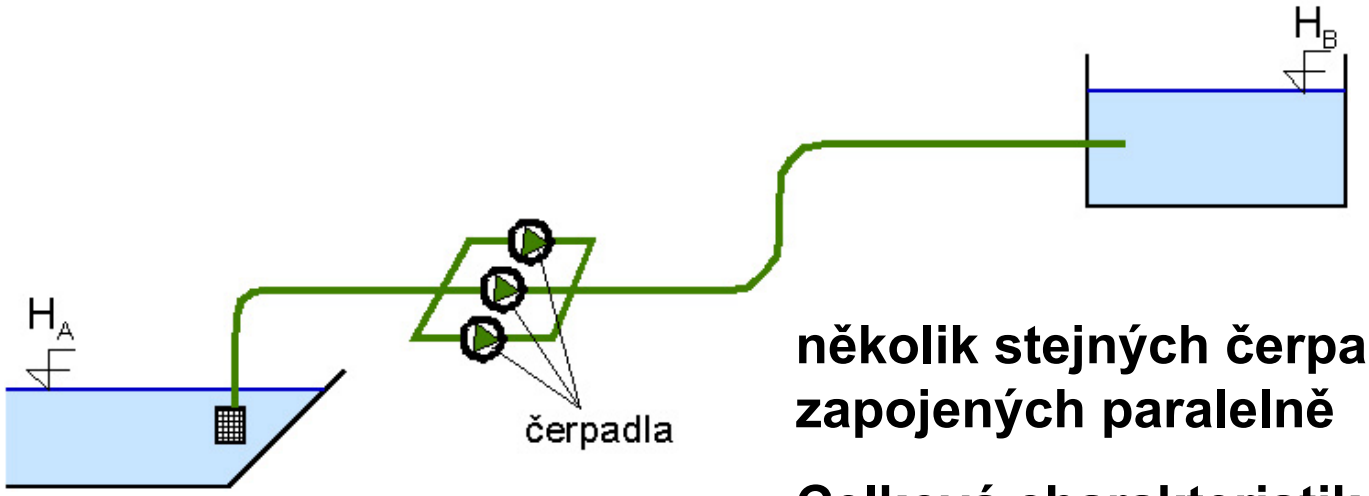
charakteristika potrubí

hlavní charakteristika čerpadla

účinnost

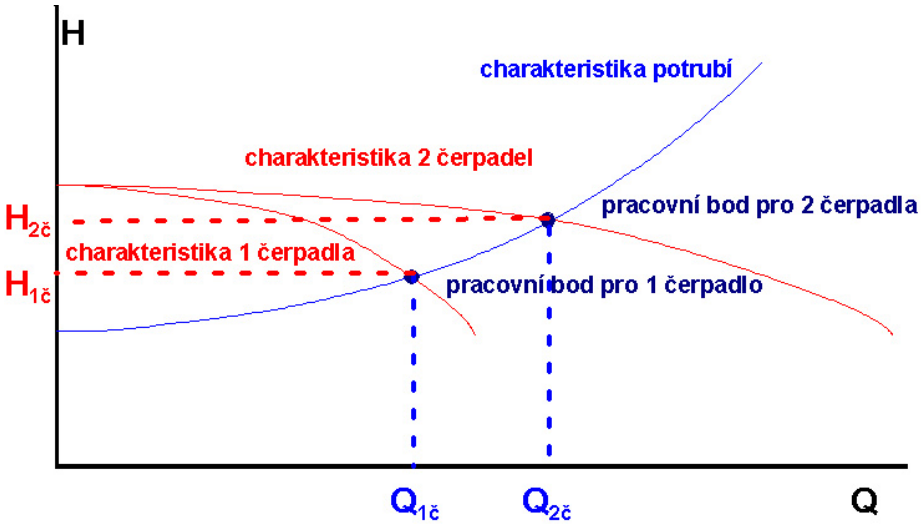
optimálně $Q_p = Q_n$

Řešení soustavy čerpadel zapojených paralelně



několik stejných čerpadel zapojených paralelně

Celková charakteristika čerpadel ⇒ sčítání pořadnic Q



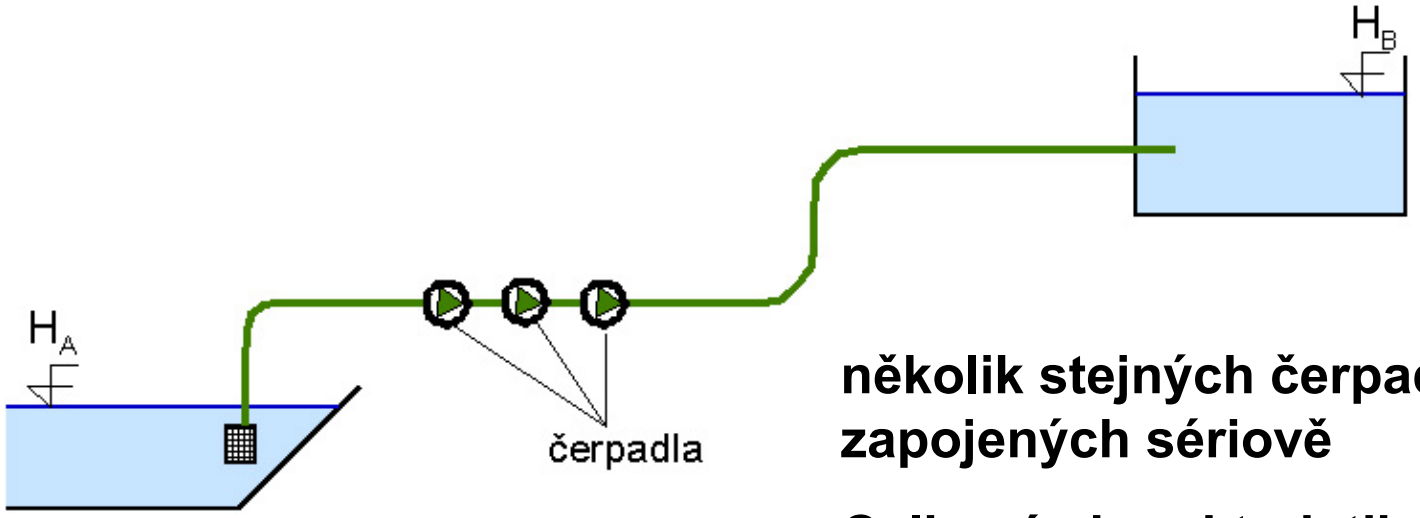
pracovní bod pro 1 čerpadlo

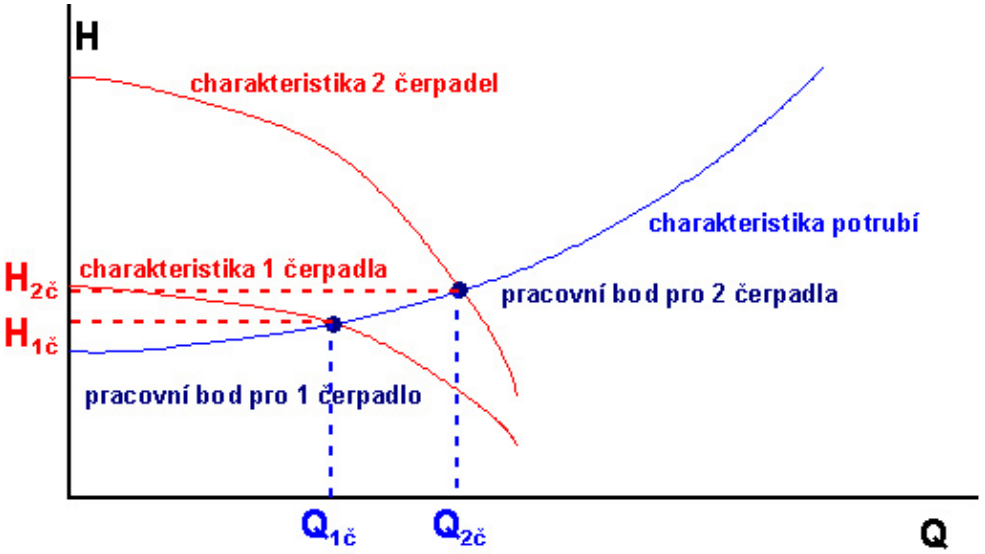
$$Q_{1č} – H_{1č}$$

pracovní bod pro 2 čerpadla

$$Q_{2č} < 2 \cdot Q_{1č}$$

Řešení soustavy čerpadel zapojených sériově





několik stejných čerpadel zapojených sériově

Celková charakteristika čerpadel ⇒ sčítání pořadnic H

pracovní bod pro 1 čerpadlo

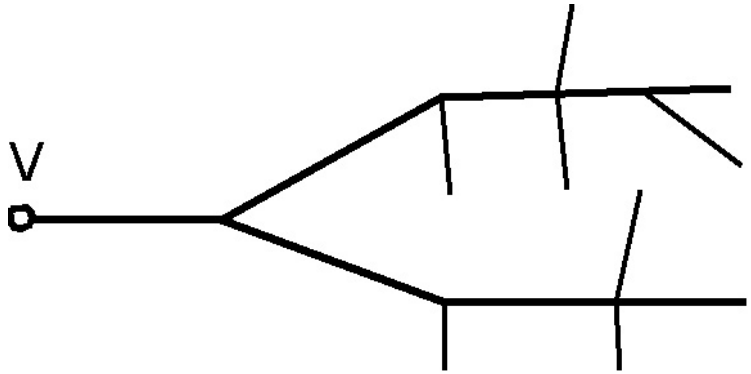
$$Q_{1č} – H_{1č}$$

pracovní bod pro 2 čerpadla

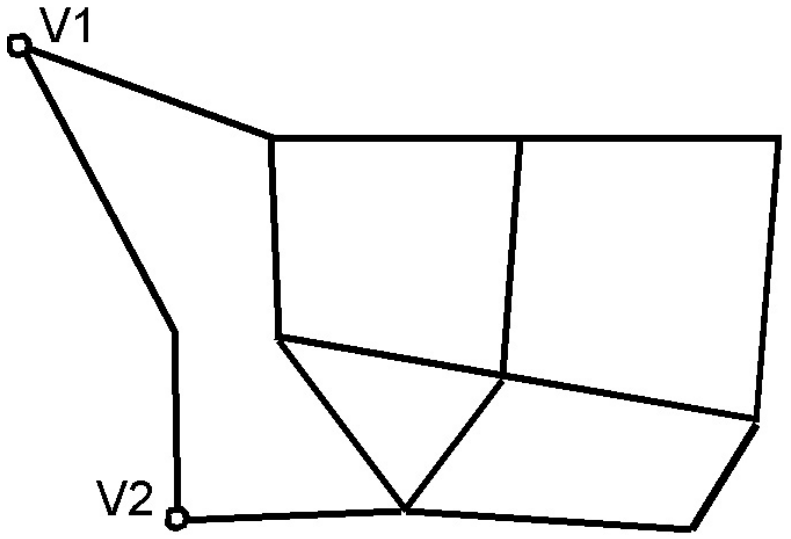
$$H_{2č} < 2 \cdot H_{1č}$$

TRUBNÍ SÍTĚ

druhy trubních sítí
- **větevné**
- **okruhové**
- **kombinované**

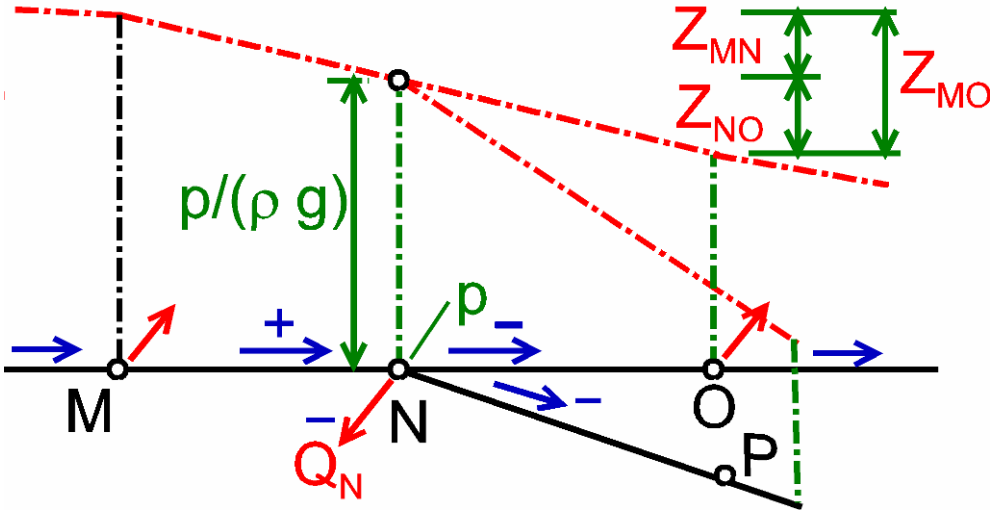


počet akumulačních nádrží
- **s 1 vodojemem**
- **s více vodojemy**



druhy odběru vody
- **bodový**
- **rovnoměrný odběr po délce**

Podstata hydraulického výpočtu



$$Z_{MO} = Z_{MN} + Z_{NO}$$

$$Q_{MN} - Q_{NO} - Q_{NP} - Q_N = 0$$

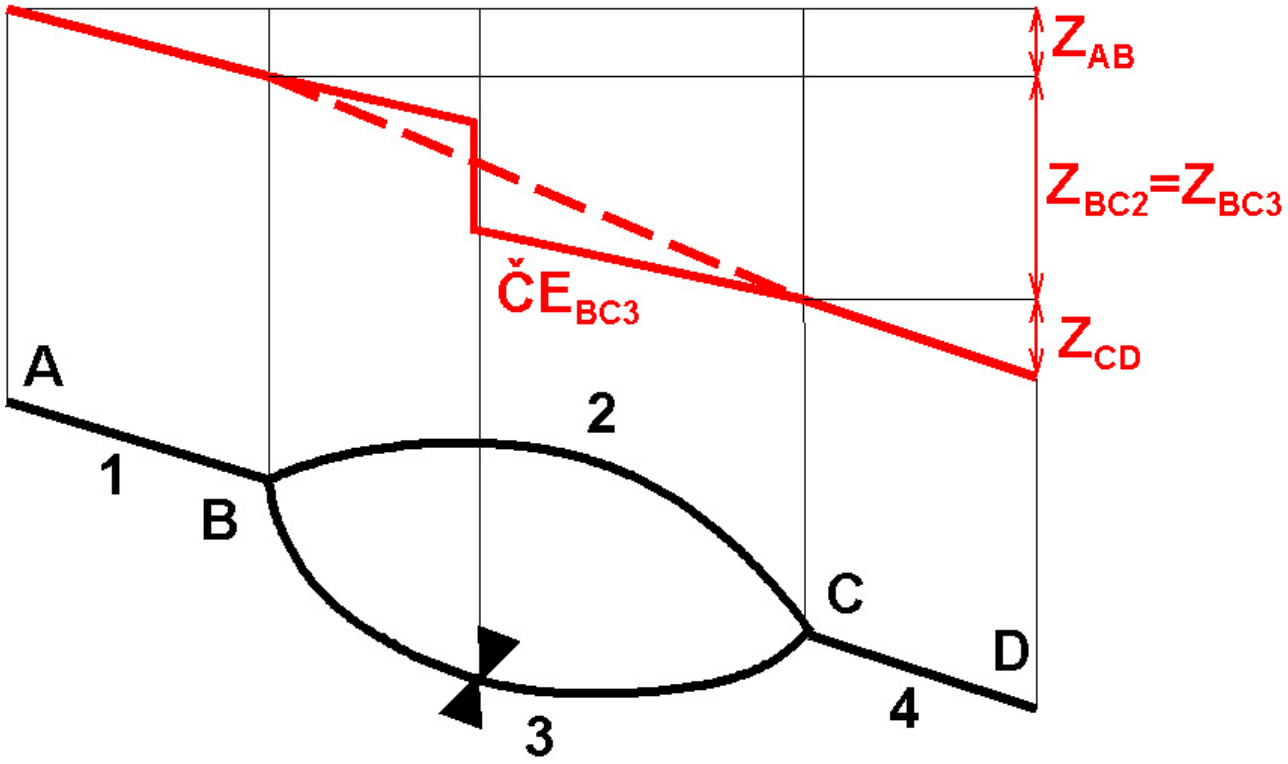
Rovnice kontinuity ⇔ **průtoková (uzlová) podmínka** $\sum Q_i = 0$

Rovnice Bernoulliho ⇔ **ztrátová podmínka**

v uzlu je jeden tlak ⇒ jedna kóta ČE

Schematizace sítě – odběry Q_i v uzlech

Výpočet paralelního potrubí



rovnice kontinuity $\sum Q_B = 0, \sum Q_C = 0 \Rightarrow Q_{AB}=Q_{BC2}+Q_{BC3}=Q_{CD}=Q$

rovnice Bernoulliho $Z_{AD}=Z_{AB}+Z_{BC2}+Z_{CD}=Z_{AB}+A_{BC3}+Z_{CD} \Rightarrow Z_{BC2}=Z_{BC3}$

$Z_{AB}=fce(Q^2)$ $Z_{BC2}=fce(Q_{BC2}^2)$ $Z_{BC3}+=fce(Q_{BC3}^2)$ $Z_{CD}=fce(Q^2)$

Způsoby řešení

základní rovnice

- $Z_{AD}=Z_{AB}+Z_{BC2}+Z_{CD}$ = fce (Q^2, Q_{BC2}^2)
- $Z_{AD}=Z_{AB}+Z_{BC3}+Z_{CD}$ = fce $(Q^2, (Q-Q_{BC2})^2)$

  nebo Z_{BC2}=fce(Q_{BC2}^2) = Z_{BC3}=fce$(Q-Q_{BC2})^2)$

} soustava 2 rovnic o 2 neznámých

řešení :

- exaktní řešení soustavy rovnic
- iterační postup – zpřesňování volby neznámých až platí základní rovnice – například :

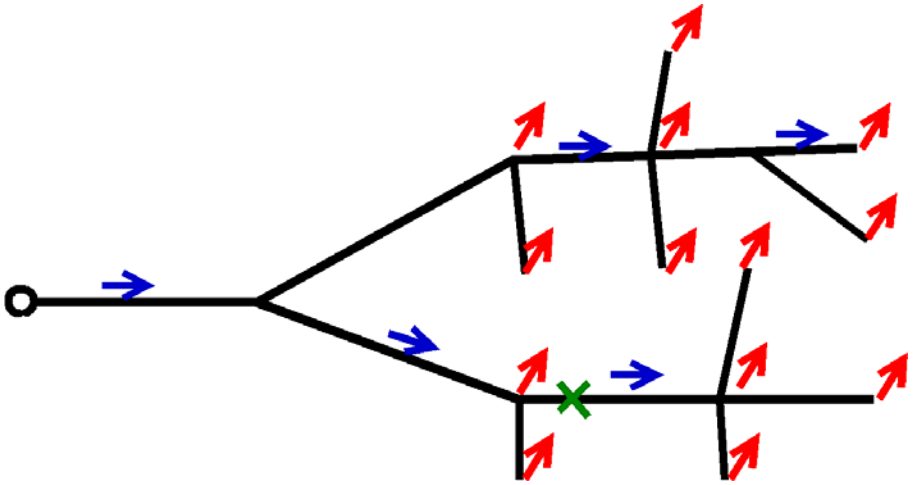
odhad průtoku $Q_{BC2}' \Rightarrow Z_{BC2}' = Z_{BC3}' \Rightarrow Q_{BC3}' \Rightarrow Q'$

předpoklad $\frac{Q'_{BC2}}{Q'} = \frac{Q_{BC2}}{Q}, \frac{Q'_{BC3}}{Q'} = \frac{Q_{BC3}}{Q} \Rightarrow Q_{BC2} = Q \cdot \frac{Q'_{BC2}}{Q'}, Q_{BC3} =$

kontrola správnosti $Q, Q_{BC2}, Q_{BC3} \Rightarrow \Delta H = Z_{AD}, Z_{BC2} = Z_{BC3}$

v případě nesplnění opakování výpočtu

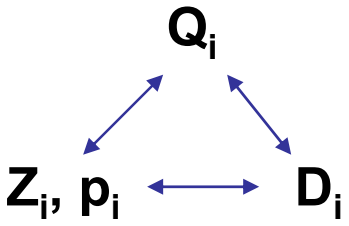
Větevná síť



+ jednoduchost
+ menší náklady

- malá flexibilita
- problémy s dodávkou vody při poruše

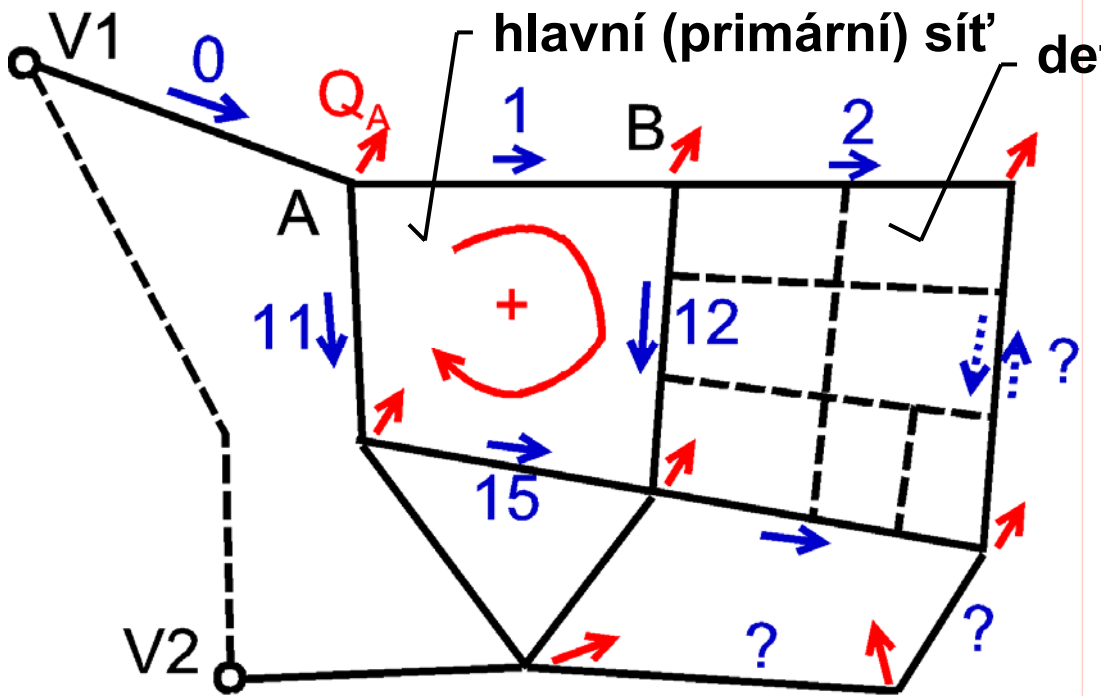
Jsou známé směry a velikosti průtoků v úsecích



Hydraulický výpočet – metoda korekce tlaků (ztrát)

(odhad p_i v uzlech → Z_i v úsecích → Q_i v úsecích → → $\Sigma Q_i \neq 0$ v uzlech → oprava p_i → .....)

Okruhová síť



pro každý uzel
$\Sigma Q_i = 0$

$(Q_0 - Q_1 - Q_{11} - Q_A = 0)$

pro každý okruh
$\Sigma Z_i = 0$
podmínka ztrátová (okruhová)

$(Z_1 + Z_{12} - Z_{15} - Z_{11} = 0)$

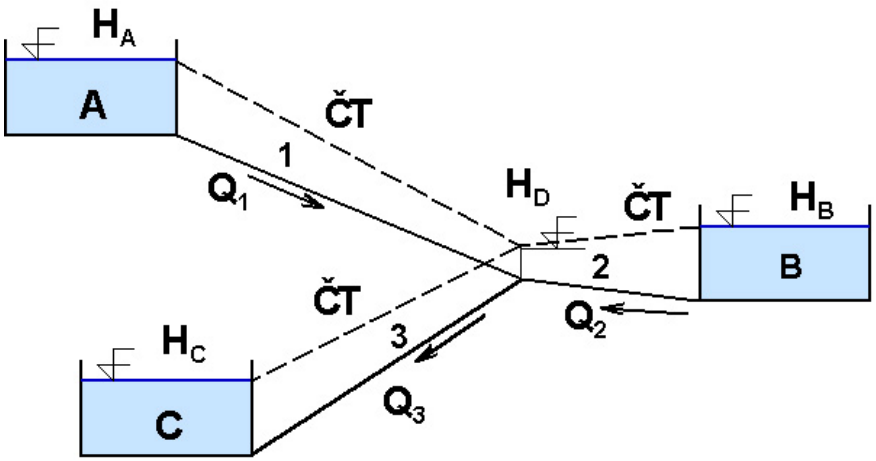
? nejsou známy směry ani velikosti průtoků v úsecích

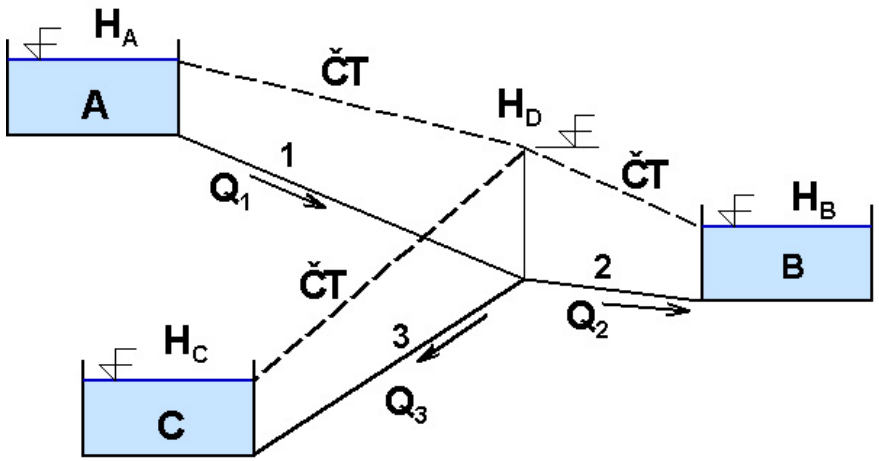
- složité hydraulicky i provozně
- větší náklady

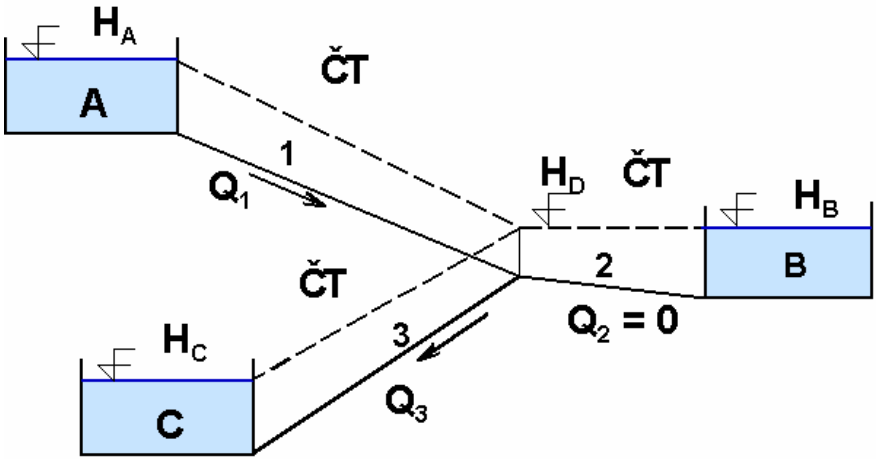
+ flexibilita – provoz, přetížení
+ dodávka vody i při poruše

Hydraulický výpočet v mnohonásobných iteračních cyklech – metoda korekce průtoků – řešení na PC

Řešení úlohy se 3 vodojemy







$H_D < H_B \Rightarrow$ odtok z vodojemu B

$H_D > H_B \Rightarrow$ přítok do vodojemu B

$H_D = H_B \Rightarrow$ voda v potrubí 2 neproudí

možný iterační postup řešení:

odhad kóty $H_D \rightarrow Z_{AD}, Z_{BD}, Z_{CD} \rightarrow$

$\rightarrow Q_1, Q_2, Q_3 \rightarrow$ dle podmínky $\Sigma Q_D = 0$

oprava $H_D \rightarrow$ .....